¿Dónde está Hipatia?

¿Cuál es el órgano que no se puede trasplantar sin destruir nuestra identidad?

BUSCAREMOS SU PENAMIENTO EN :

- ALEJANDRÍA
- ATENAS
- PARÍS
- FLORENCIA
- LA LUNA

EN ALEJANDRÍA

Los restos de La Gran Biblioteca de Alejandría sirven como combustible

Alejandría, 641
Los escasos restos de la Gran Biblioteca de Alejandría han sido finalmente destruidos por orden del Califa Omar I.

Una vez tomada Alejandría, ha dado orden de quemar los libros para que sirvan de combustible a los 4.000 baños de la ciudad durante los próximos 6 meses.

Los sabios de todo el mundo lloran la gran pérdida de la institución impulsada por Tolomeo II Filadelfo durante el siglo III a. C. para preservar la rica cultura helénica.

Pero fue bajo el reinado de Tolomeo III que la biblioteca vivió su gran esplendor, ya que se decretó que todo visitante debía entregar sus libros para su copia y archivo en la biblioteca, convirtiéndose en depósito de todos los libros antigos.

La Gran Biblioteca sufrió varios incendios en diferentes épocas, debido a las numerosas guerras, pero hoy su legado ha desaparecido por siempre jamás.

No quedan escritos de

- HIPATIA (porque se quemó su obra)

ni de

- PITÁGORAS (por el secretismo de su “secta”)

ni de

- SÓCRATES (porque escribir no era su objetivo)

Pero sus discípulos nos hablan de ellos, a través de sus cartas, comentarios, copias e incluso como parte fundamental de sus propias obras

Los tres problemas délicos

La “cuadratura” del círculo

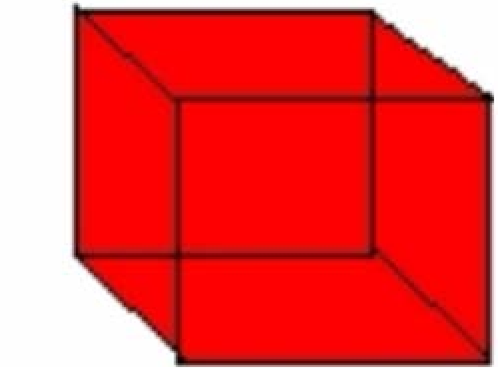
La trisección del ángulo

La duplicación del cubo

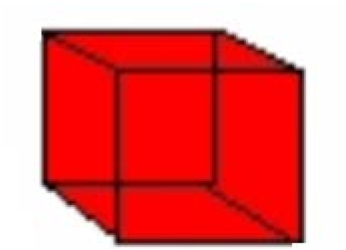
NOTA 1: tenían que resolverlos con regla y compás. Fueron maestros en Geo-metría. En el frontispicio de la academia de Platón rezaba la máxima: “Nadie entre que no sepa geometría”

NOTA 2: Hipatia fue neo-platónica

Duplicación del cubo



Se trataba de "construir" , exclusivamente con regla y compás, un cubo doble grande …



…que uno dado

No conocían una herramienta tan poderosa como el álgebra, con la que hoy "calculamos" la arista del cubo doble y, con ella, ya podemos construirlo. Ni aceptaban la raíz cuadrada, ni cúbica de 2 como un resultado numérico lícito. Por eso no pudieron descubrir que la construcción pretendida era imposible

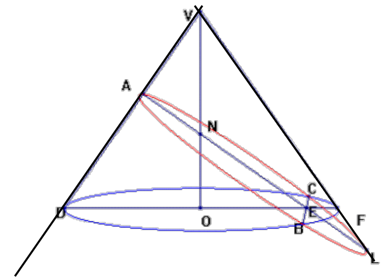
Cubo "dado":

$$\text{Volumen} = a^3$$
$$\text{Lado} = a$$

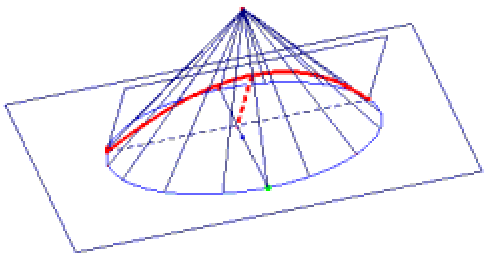
Cubo doble:

$$\text{Volumen} = 2 \,.\, a^3$$
$$\text{Lado} = \sqrt[3]{2.a^3} = a.\sqrt[3]{2}$$

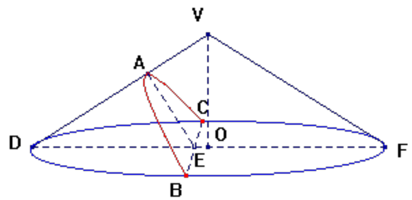
Menecmo



<90º, elipse

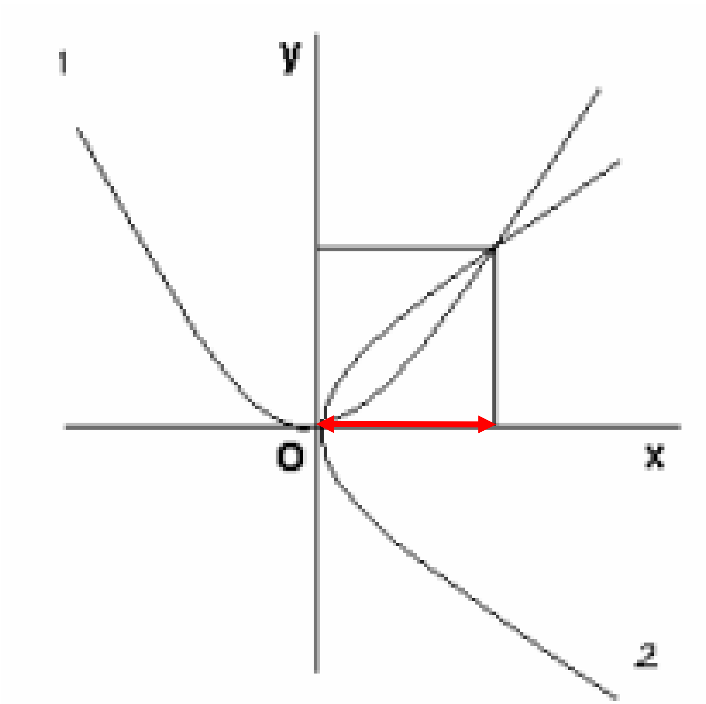


=90º, parábola



>90º, hipérbola

En vista de que la regla y el compás no daban resultado, recurrieron a las cónicas:



Hoy podemos explicar su método así:

Si situamos entonces estas dos parábolas con vértices en el origen de coordenadas cartesianas O y con ejes los ejes de coordenadas cartesianas OY y OX.

El punto de intersección de las dos parábolas tendrá coordenadas (x, y).

Las coordenadas tienen que satisfacer la proporción continua:

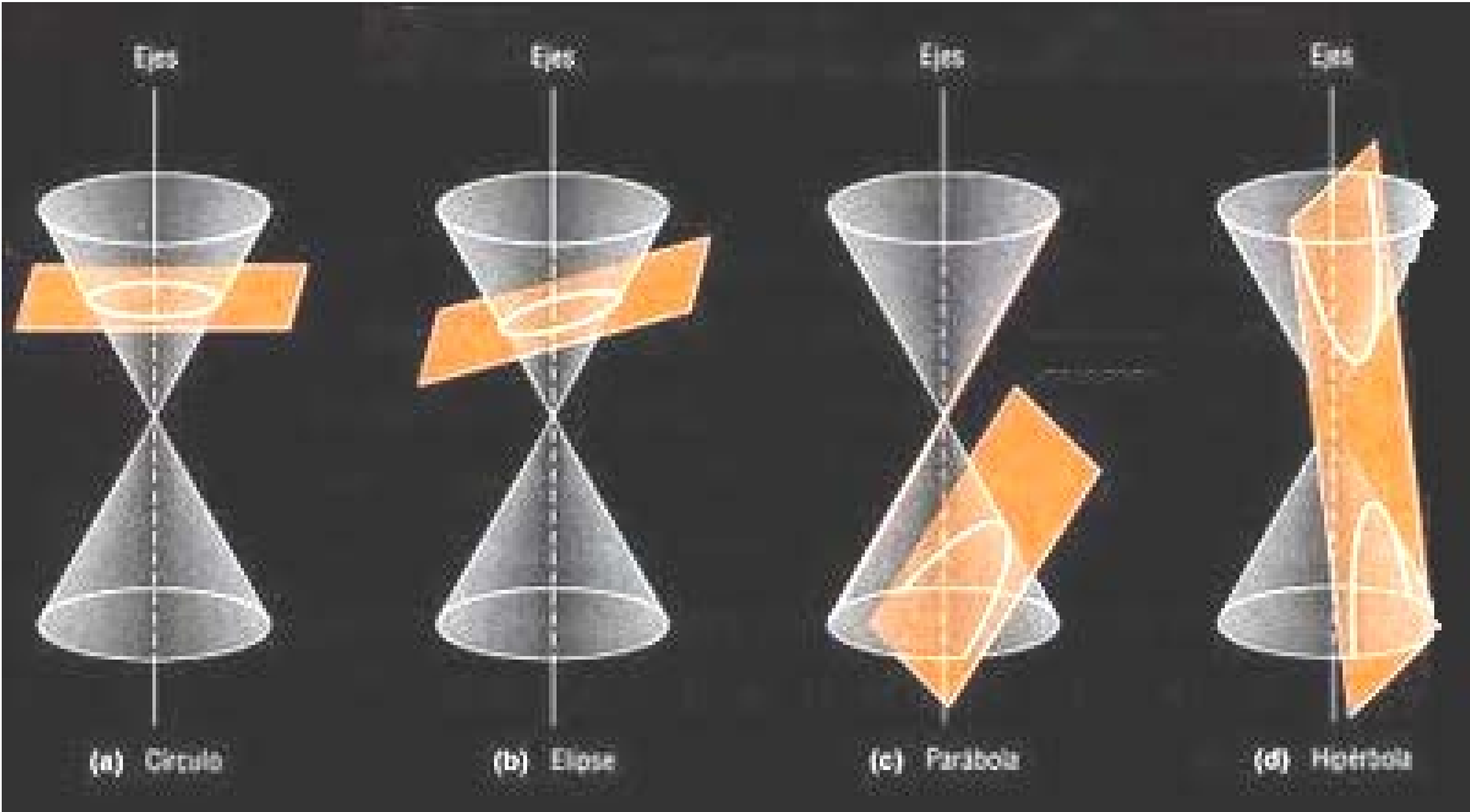
$$\frac{a}{x} = \frac{x}{y} = \frac{y}{2a}$$

Es decir:

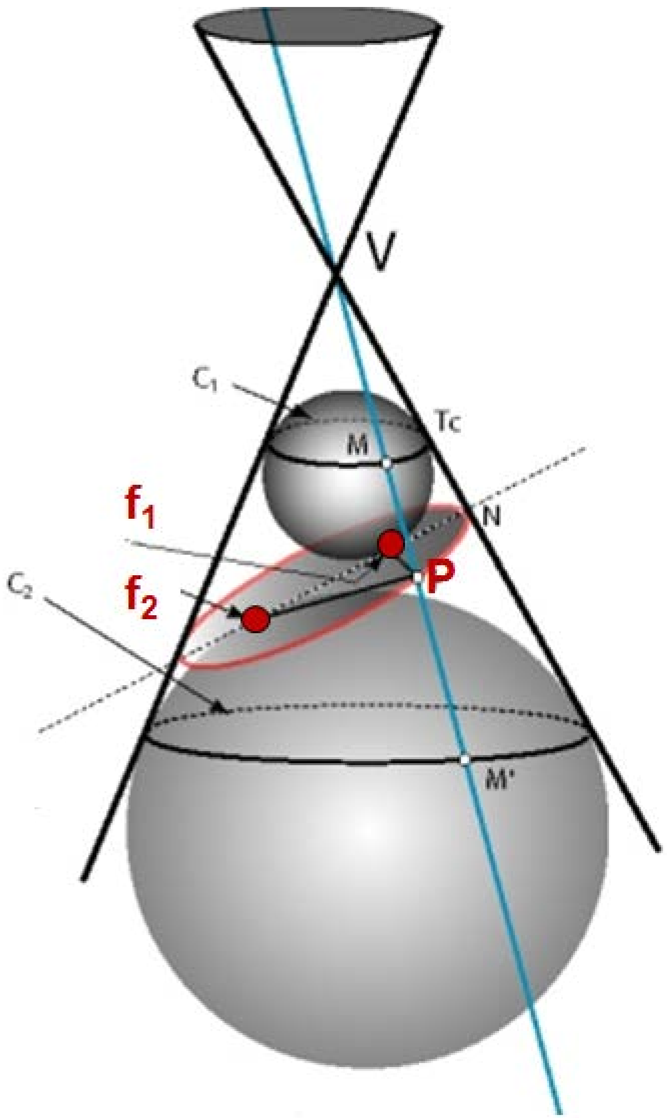
- $x = a\sqrt[3]{2}$
- $y = a\sqrt[3]{4}$

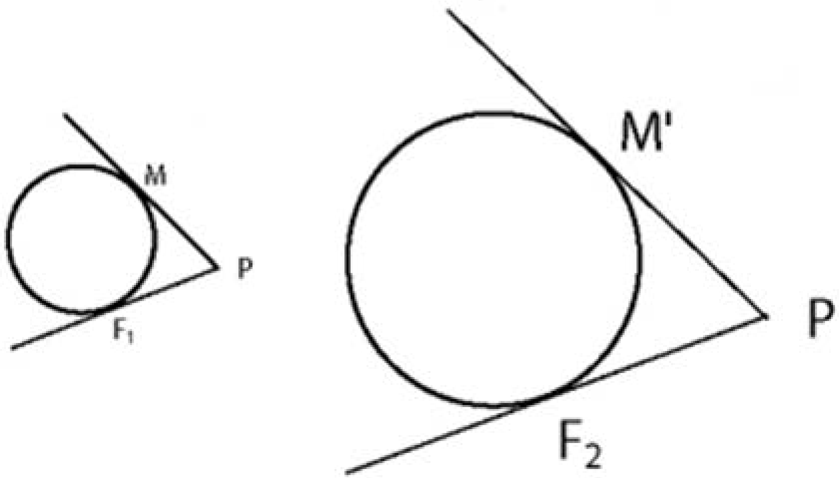
Así pues, la abscisa x es la arista del cubo buscado.

Cónicas según Apolonio



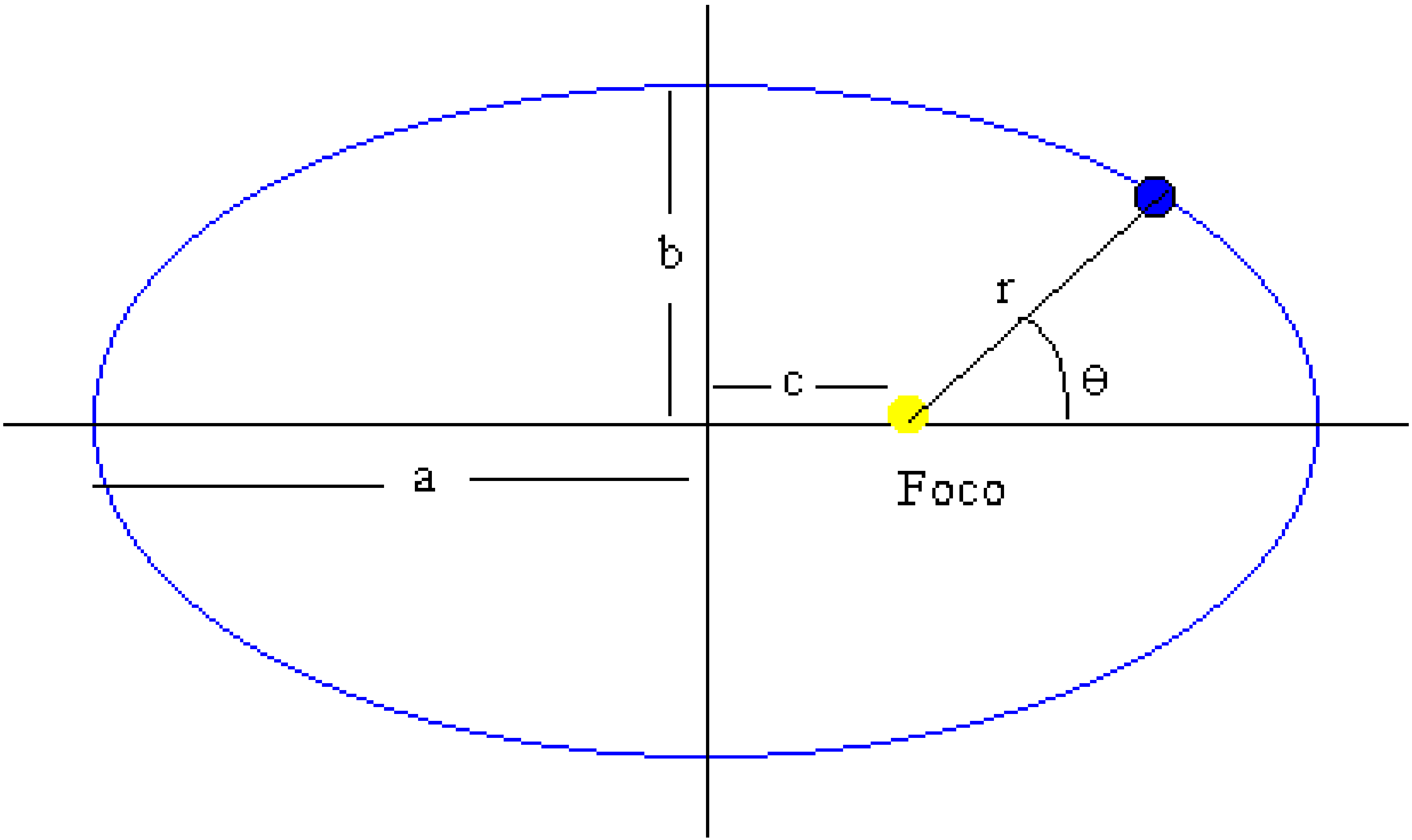
Elipse como lugar geométrico





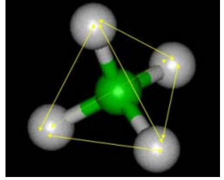
Método jardinero

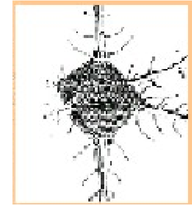
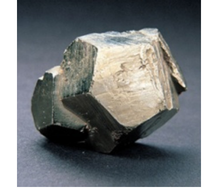
Keppler

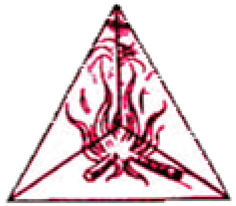
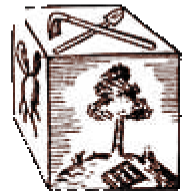


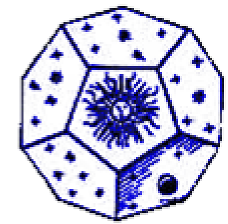
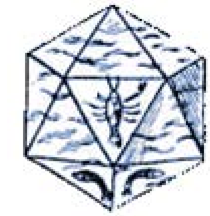
En Atenas

Hipatia neoplatónica

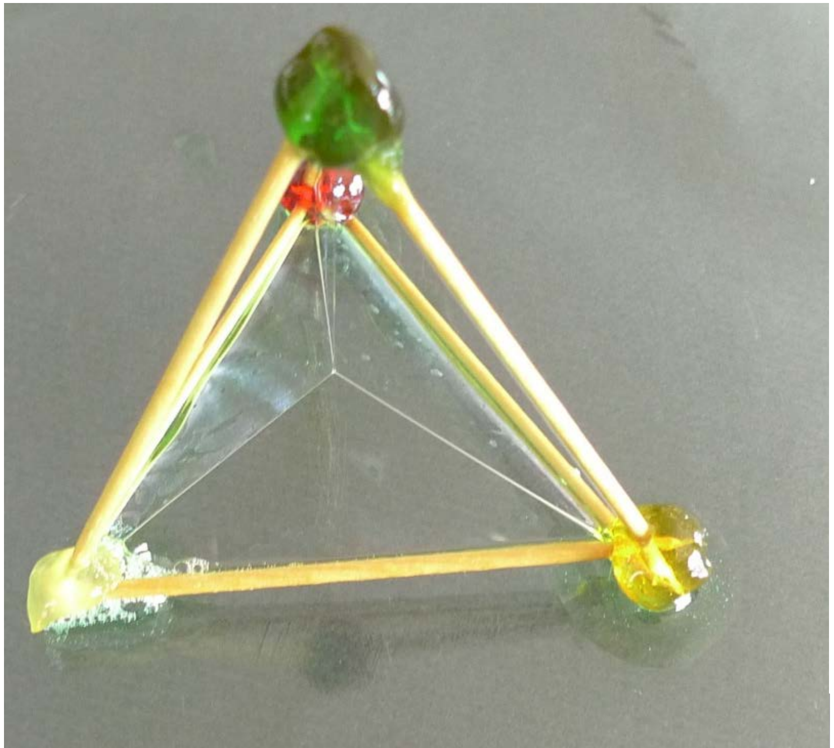
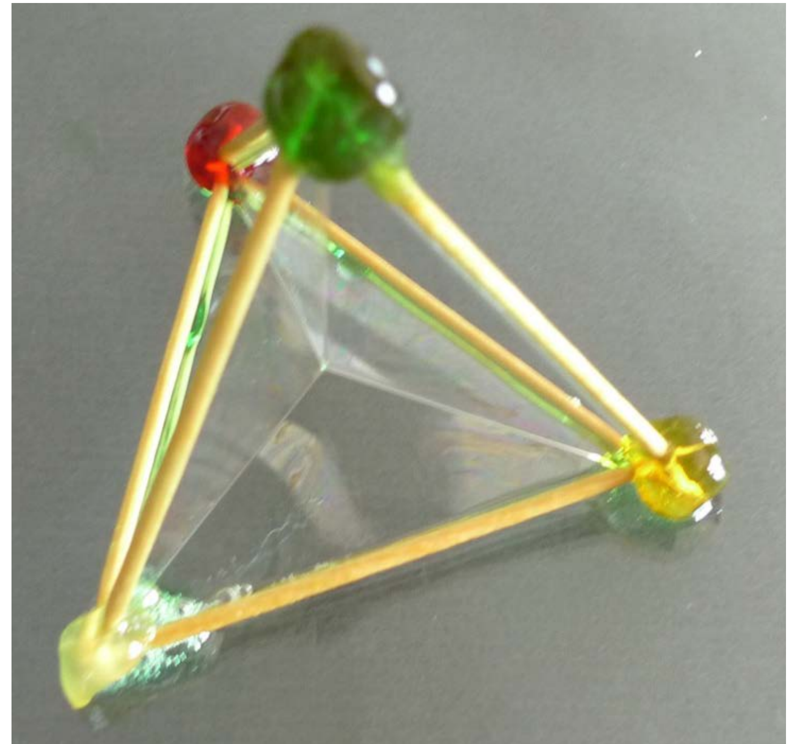
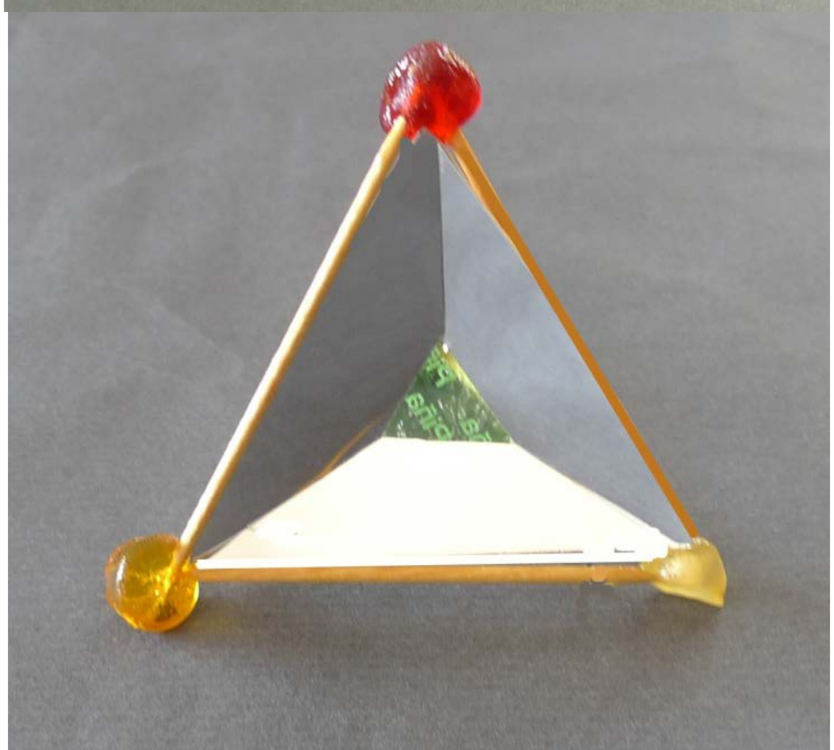
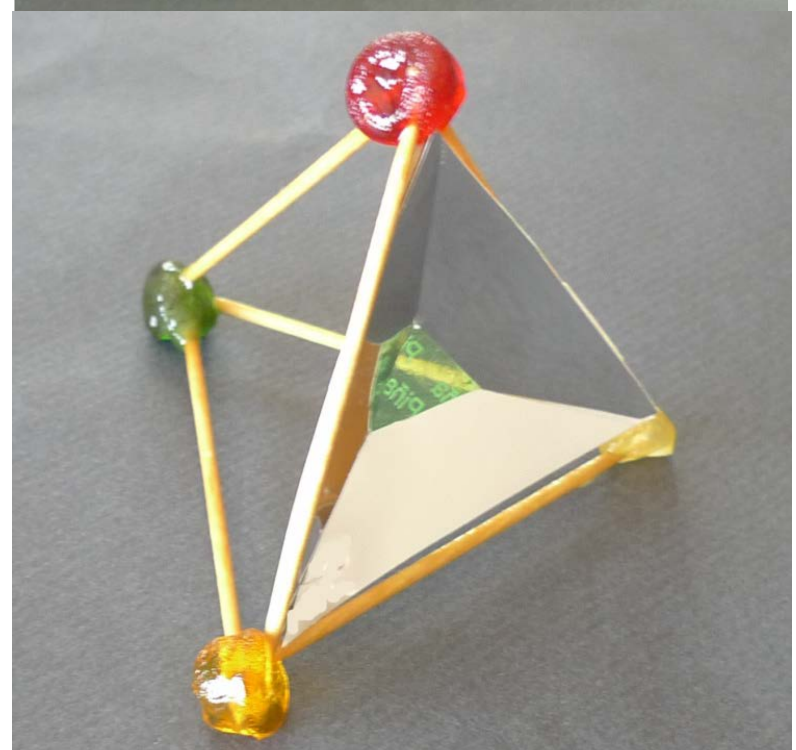


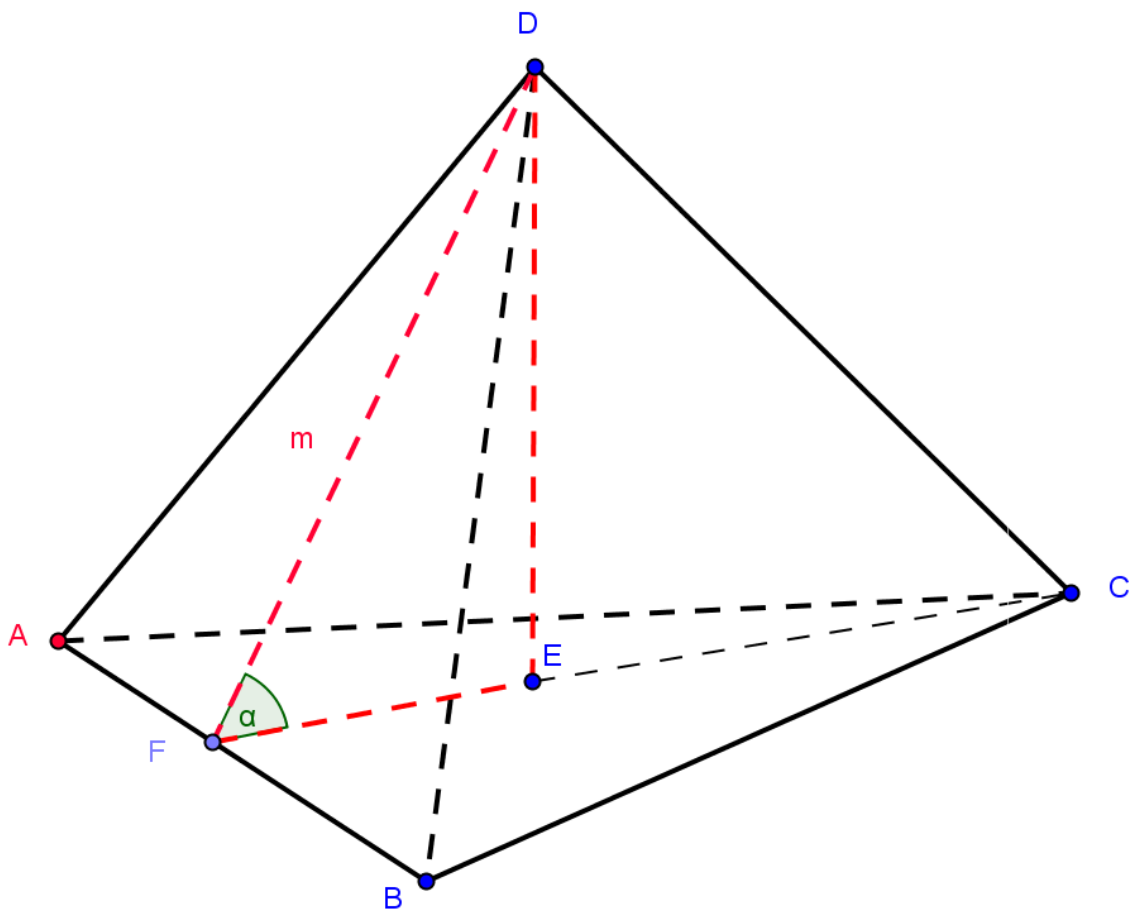



Sólidos Platónicos	**Tetraedro**	**Hexaedro, Cubo**	**Octaedro**	**Dodecaedro**	**Icosaedro**
Número de caras	4 (t)	6 (c)	8 (t)	12 (p)	20 (t)
Número de vértices	4	8	6	20	12
Número de aristas	6	12	12	30	30
Ángulo diedro	70° 32’	90°	109° 28’	116° 34’	138° 11’
Angulo en las caras del caleidoscopio	109º 28’	70º 32’	90º	41º 49’	63º 26’
Arista lateral del caleidoscopio	$(a\sqrt{6})/4$	$(a\sqrt{3})/2$	$(a\sqrt{2})/2$	$(a\sqrt{18+6\sqrt{5}})/4$	$(a\sqrt{10+2\sqrt{5}})/4$



FC es la mediana de ACB

E es su baricentro

EC mide 2/3 de FC que mide igual que FD=m

FE mide 1/3

DFE es un triángulo rectángulo en E

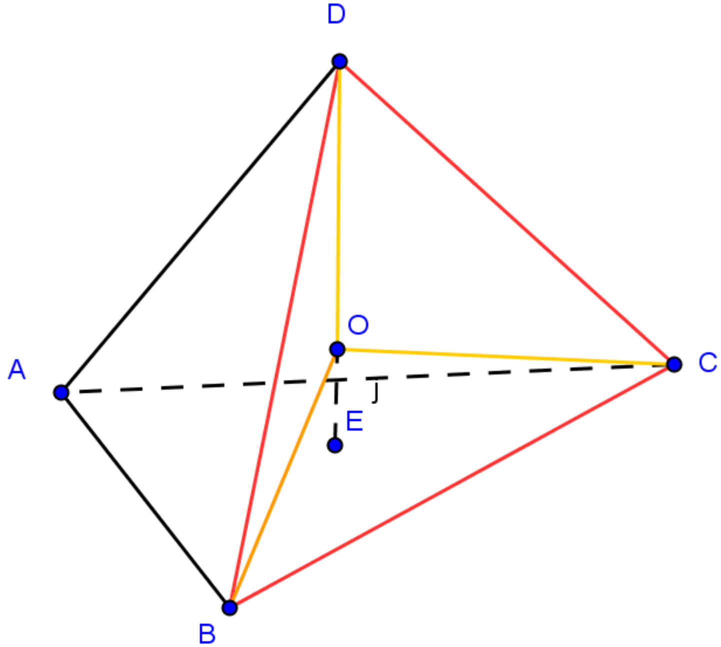
luego

cos (α) = (m/3)/m

es decir cos (α) = 1/3

por lo que

α = 70º 32'



Podemos descomponer el tetraedro ABCD

en cuatro pirámides iguales a BCDO,

como las que vimos en película jabonosa

hace tres semanas.

De ello se desprende que

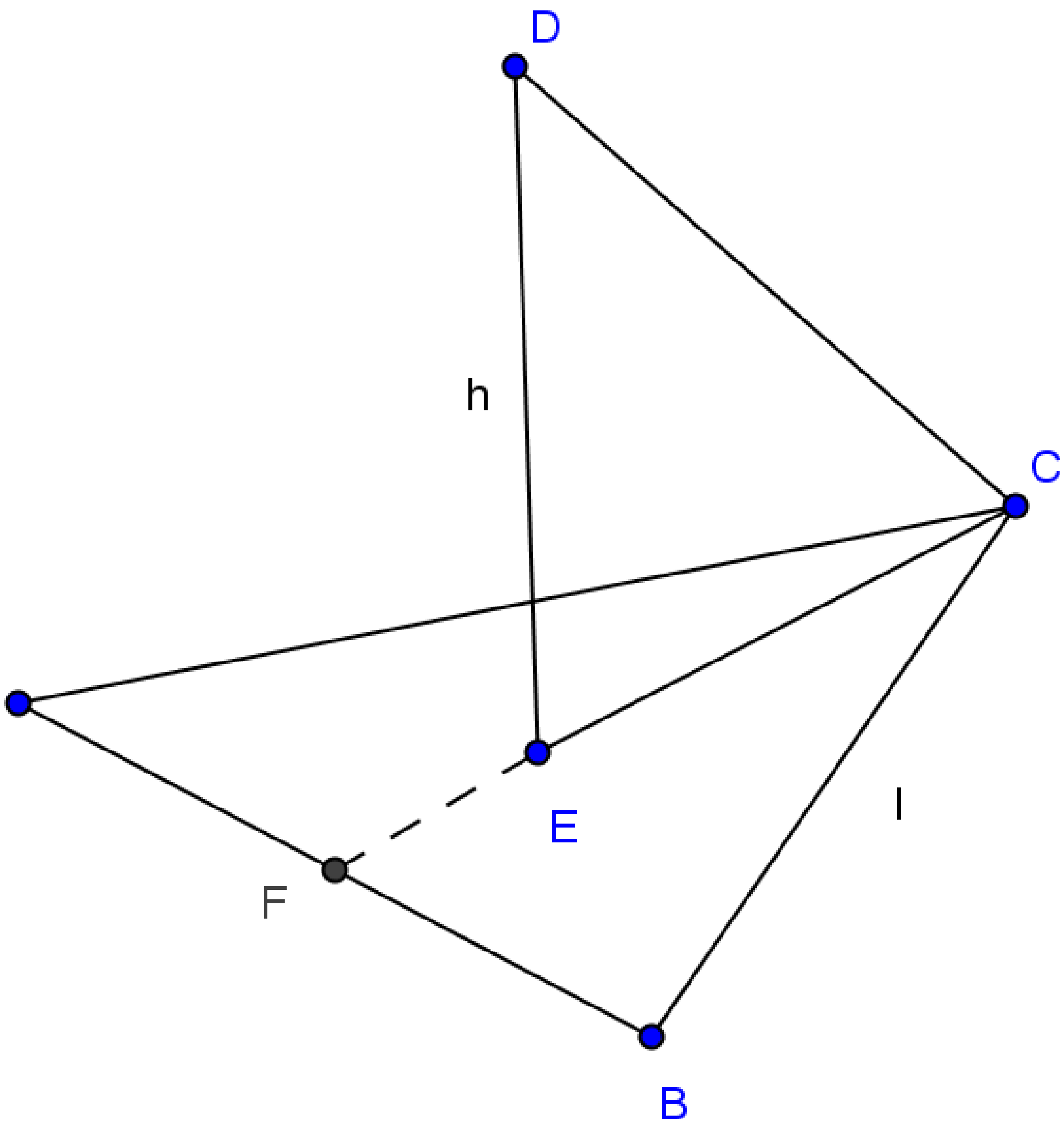
dado que tienen la misma base y 1/4 del volumen

la altura de cada piráide OE

será 1/4 de la altura DE del tetraedro $\overline{OE} = \frac{1}{3}\overline{DE}$

y la arista lateral de cada pirámide

medirá el resto, es decir 3/4 de la altura del tetraedro $\overline{OD} = \frac{3}{4}\overline{DE}$



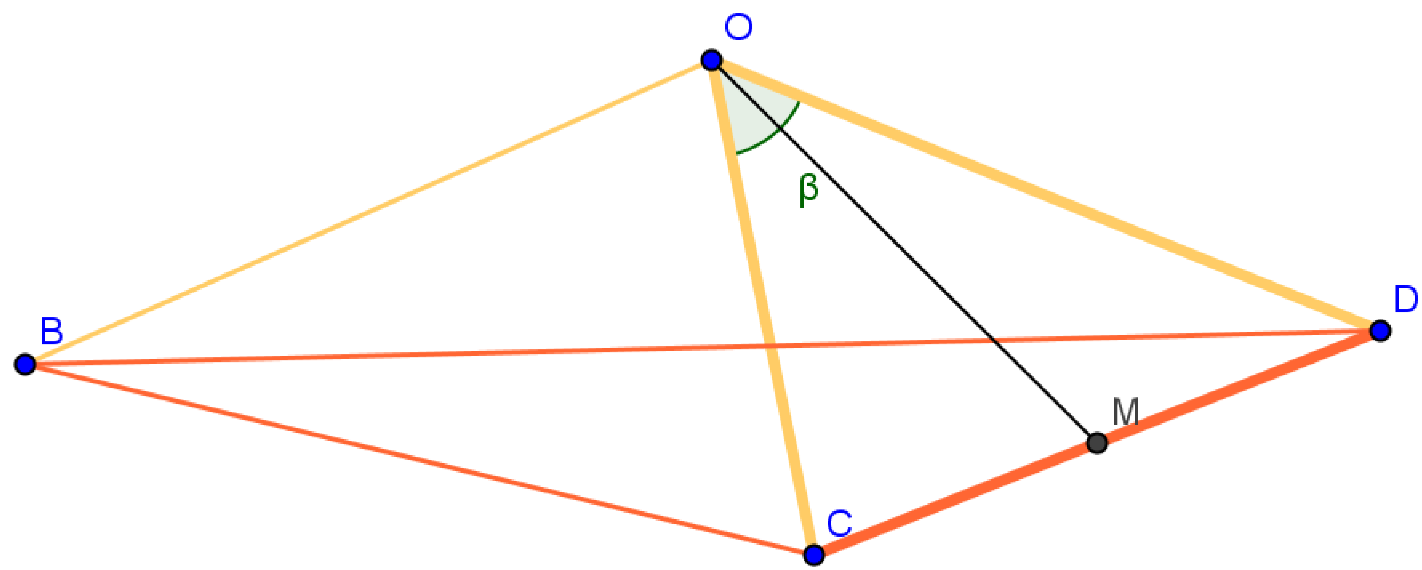
$$l = 1$$

$$\overline{FB} = \frac{1}{2}$$

$$m = \overline{FC} = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\overline{EC} = \frac{2}{3} m = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$h = \sqrt{1 - (\frac{\sqrt{3}}{3})^2} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

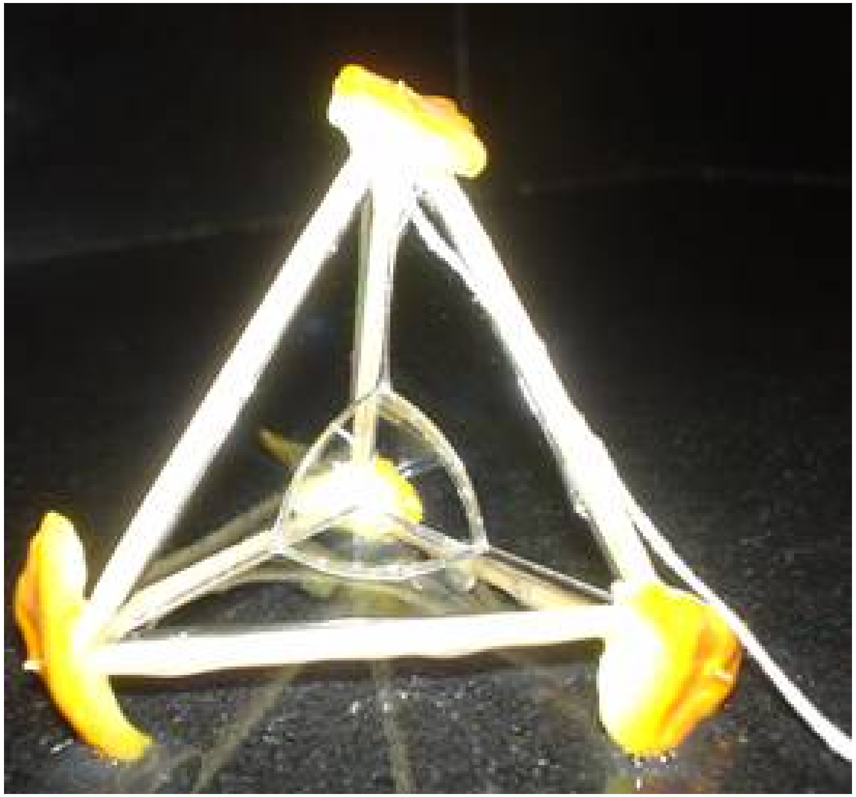


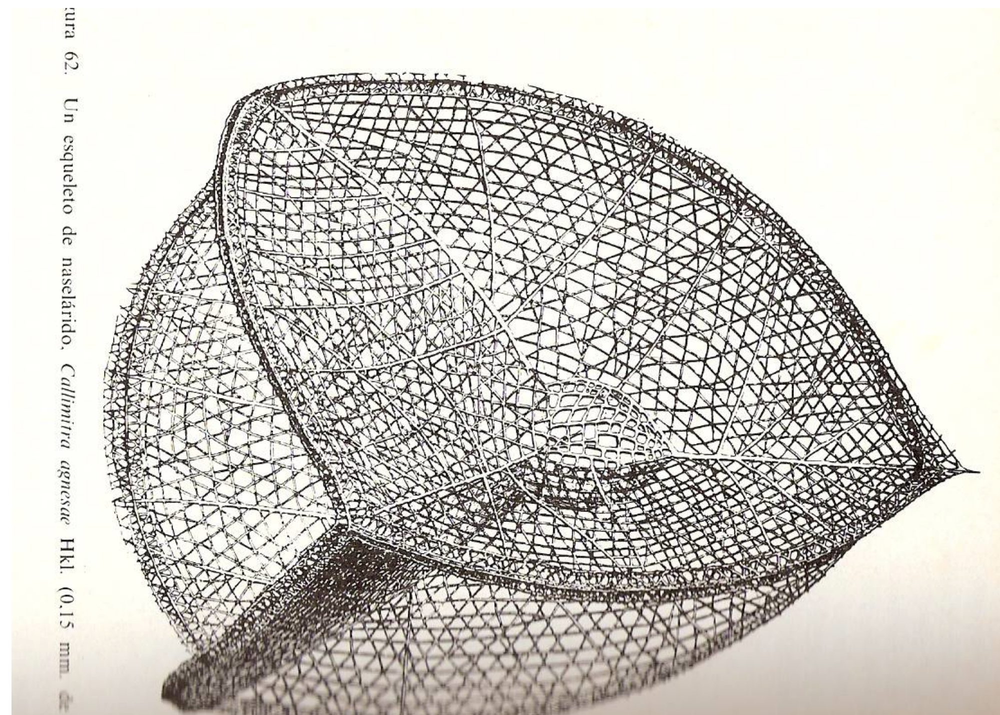
$$CD = 1 \qquad CM = \frac{1}{2} \qquad OC = \frac{3}{4}h \qquad OC = \frac{3}{4}\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{4}$$

$$\operatorname{sen}(\beta/2) = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{6}}{4}} = \frac{\sqrt{6}}{3} \qquad \beta = 109^{o}\ 28'$$

Entonces, el diedro del tetraedro y la cara de su pirámide-caleidoscopio,

son suplementarios pues: $\alpha + \beta = 70^{o}\ 32' + 109^{o}\ 28' = 180^{o}$



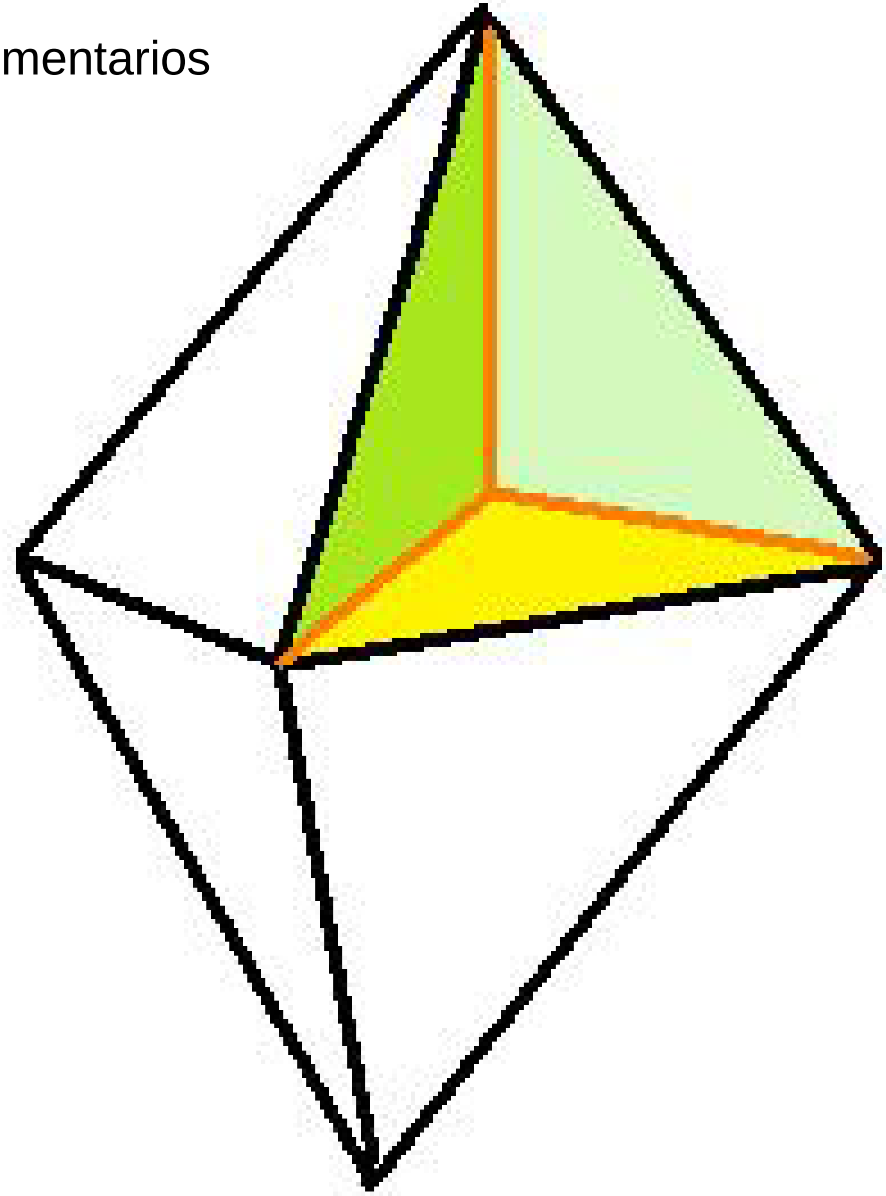


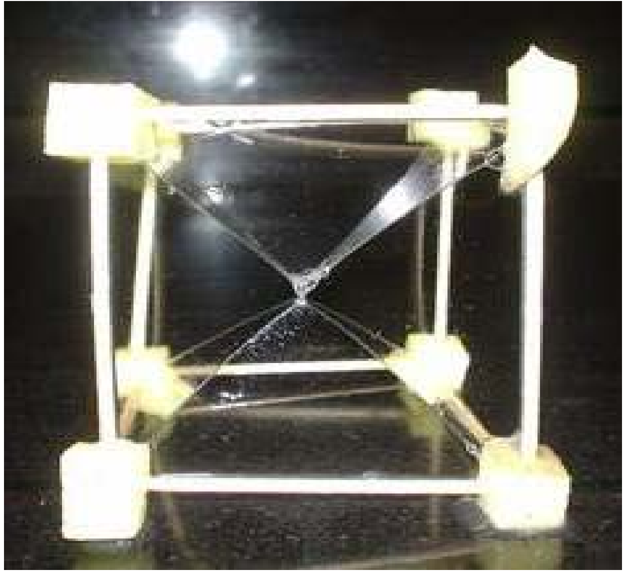
Esqueleto de un naserálido

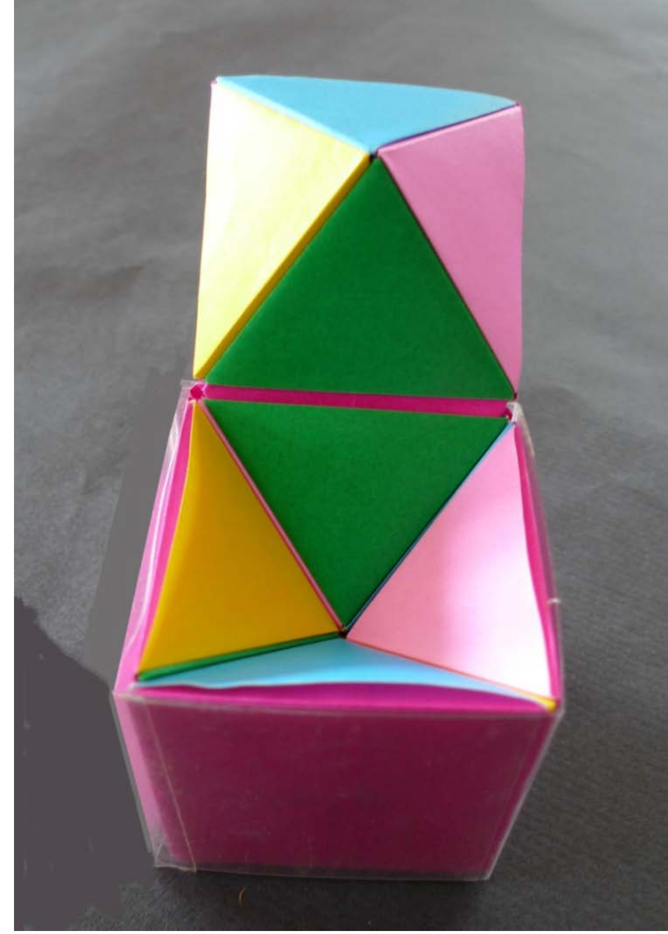
Diedro del cubo = 90º

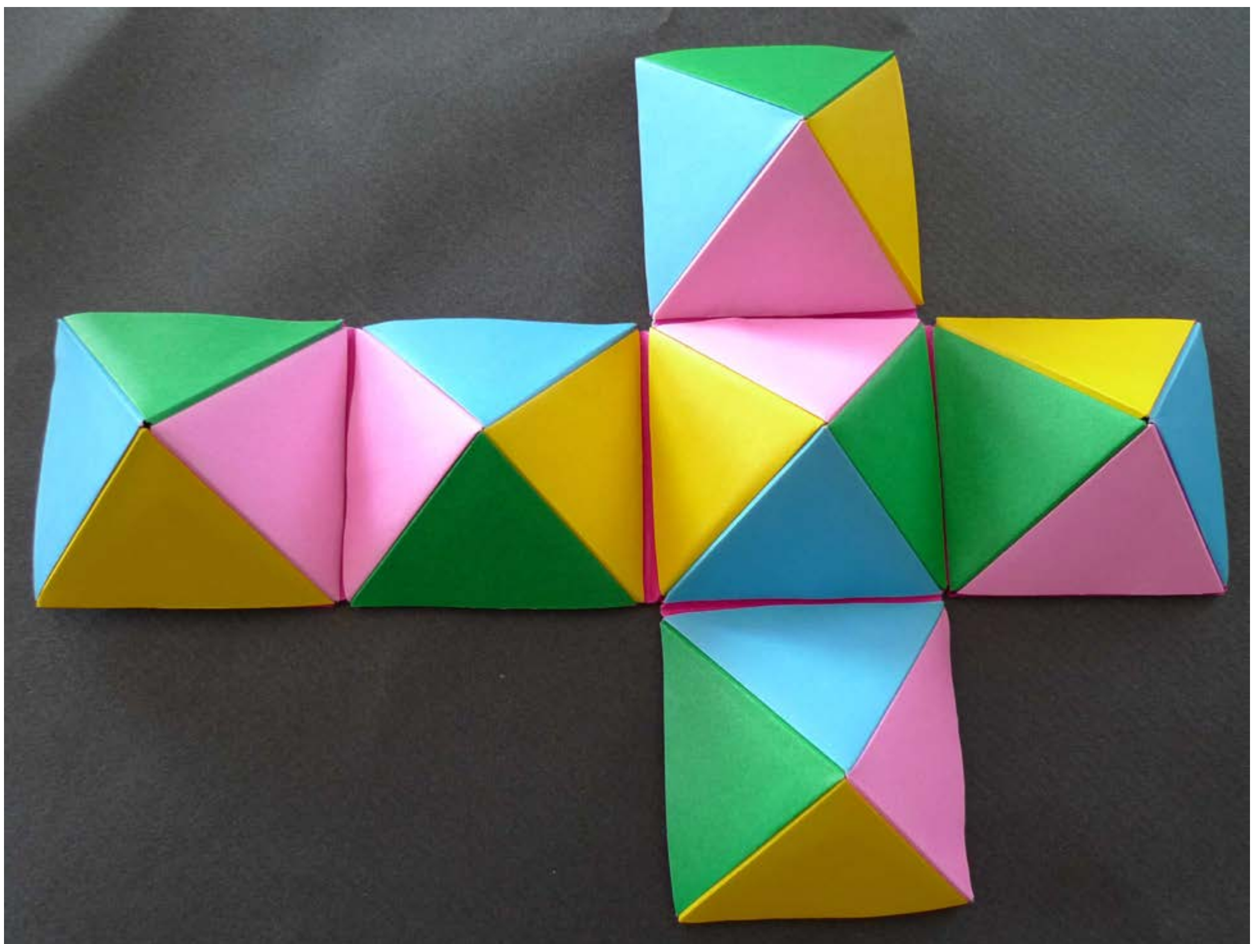
Cara del espejo del octaedro = 90º

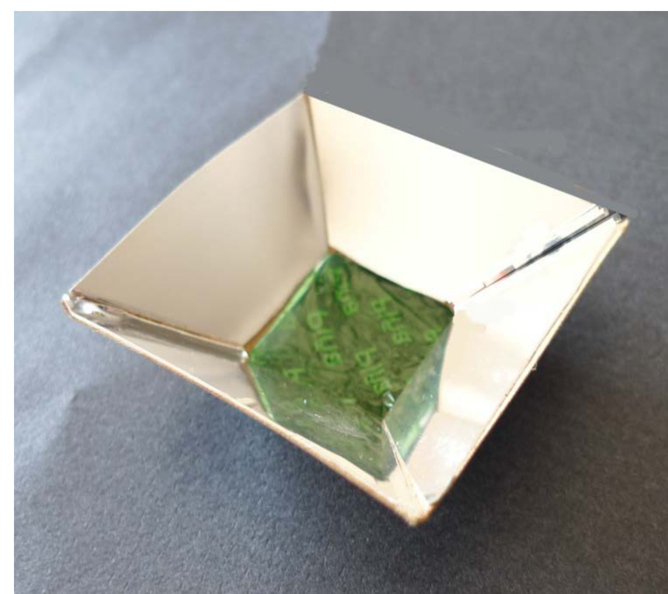
Suplementarios

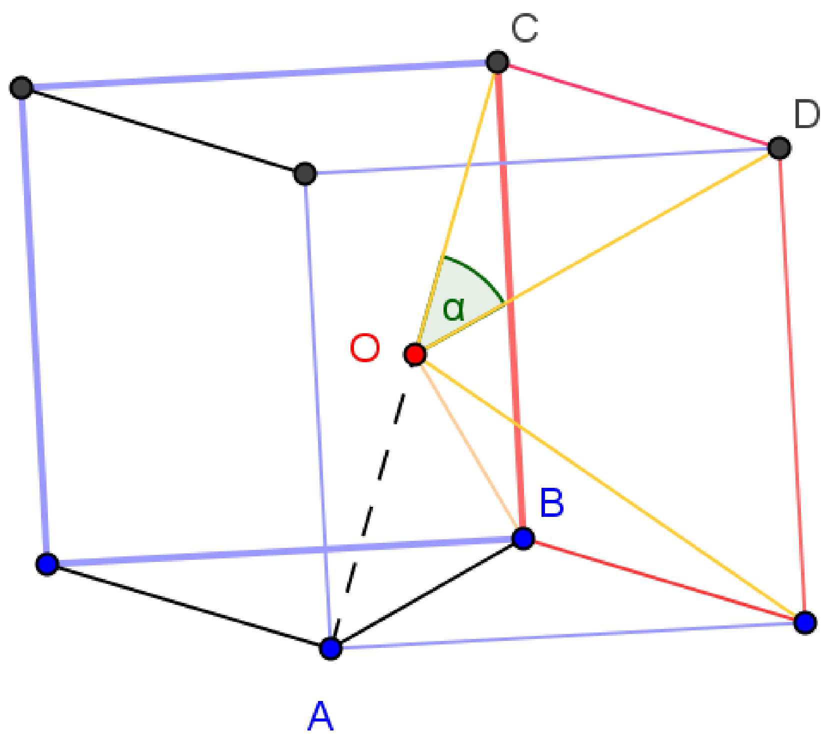


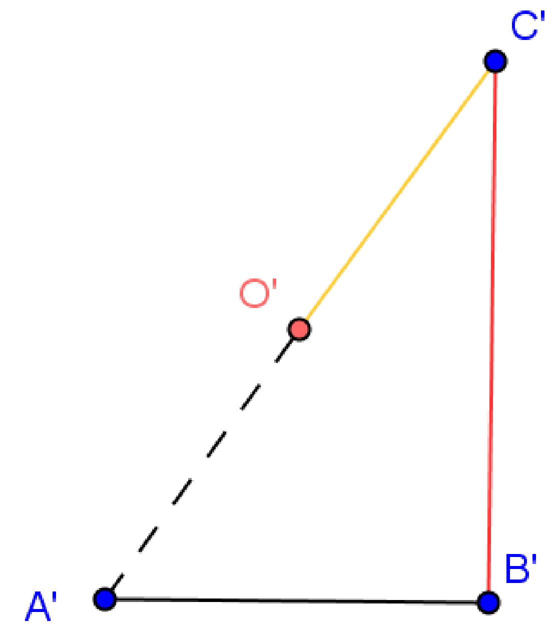


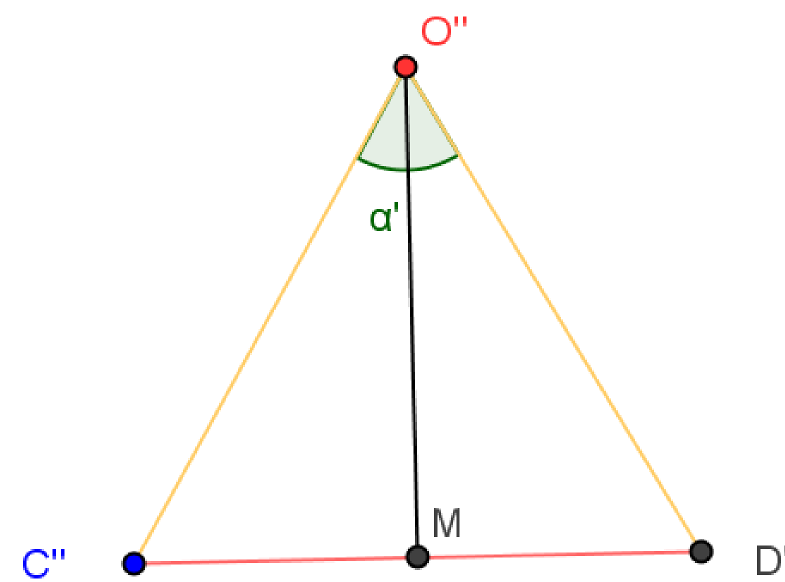








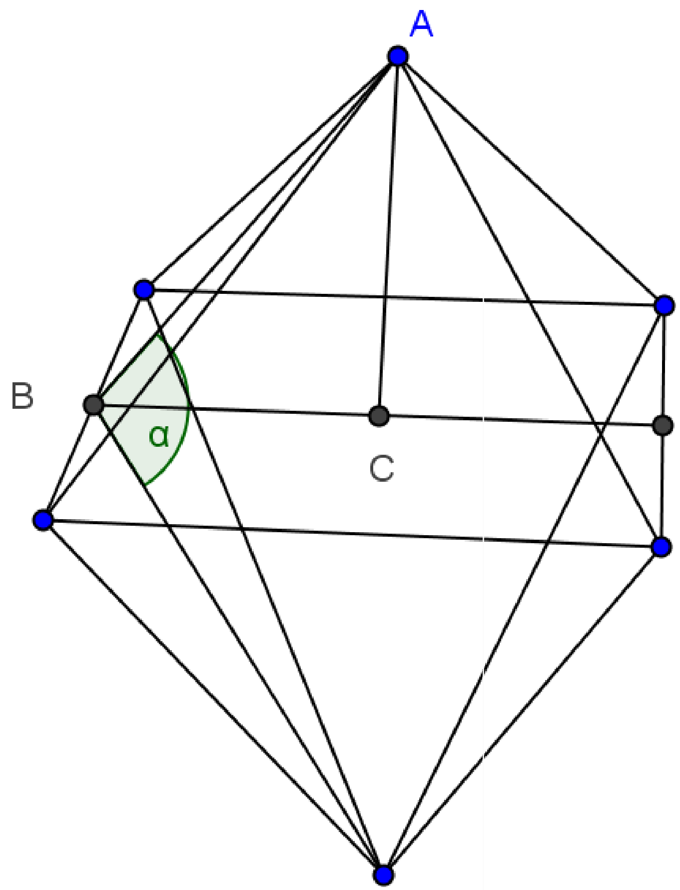


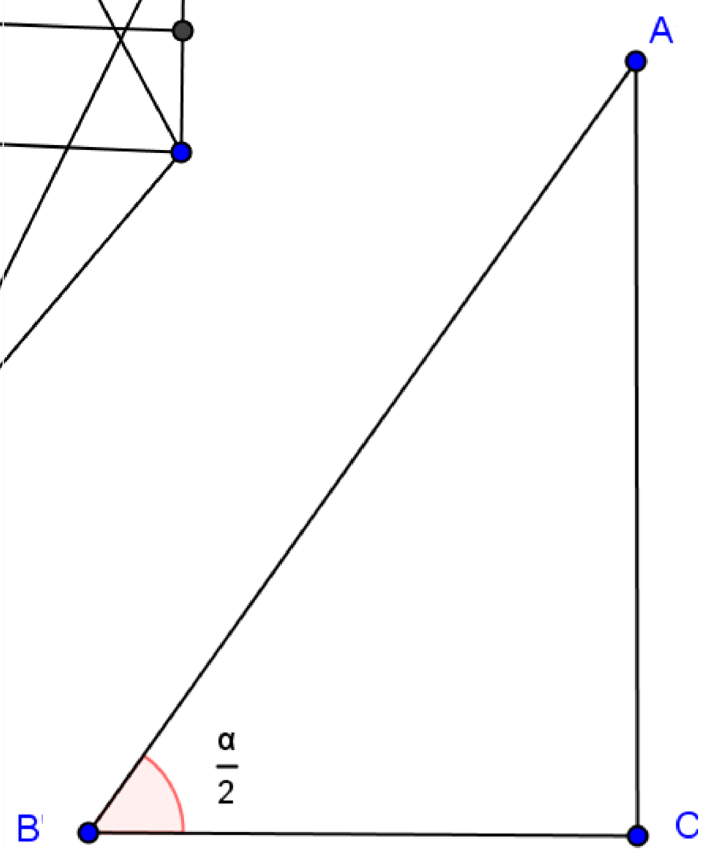


$\overline{CD}=1$ $\qquad$ $\overline{CM}=\frac{1}{2}$ $\qquad$ $\overline{AB}=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$

$$\overline{CO}=(1/2)\overline{AC}=(1/2)\sqrt{1+2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$\mathrm{sen}(\alpha/2)=\dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ $\qquad$ $\alpha = 70^{\circ}\ 32'$



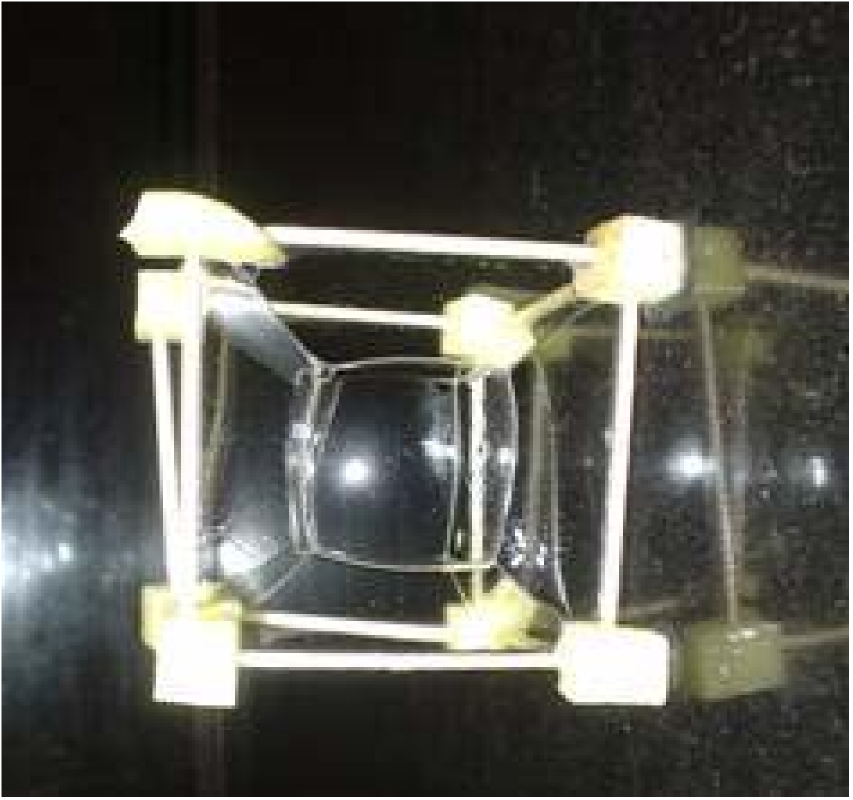


$$\overline{AC} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

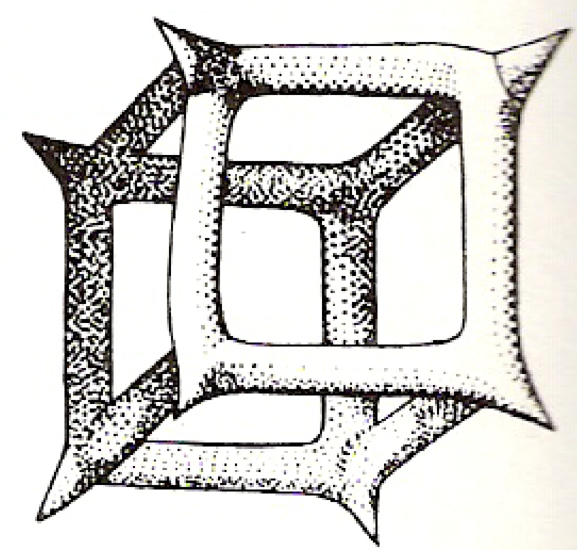
$$\overline{BC} = \frac{1}{2}$$

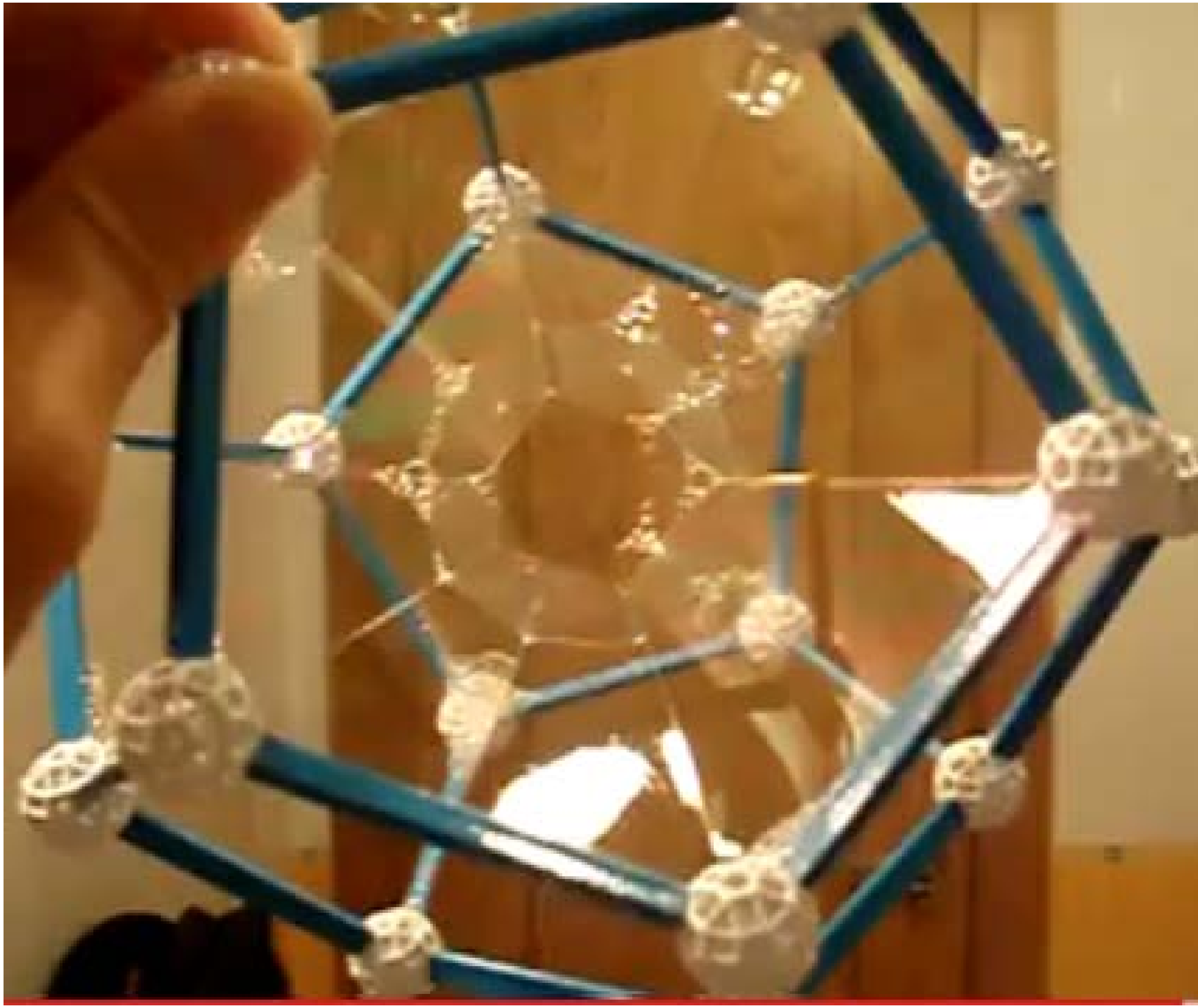
$$\text{tang}(\alpha/2) = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$$

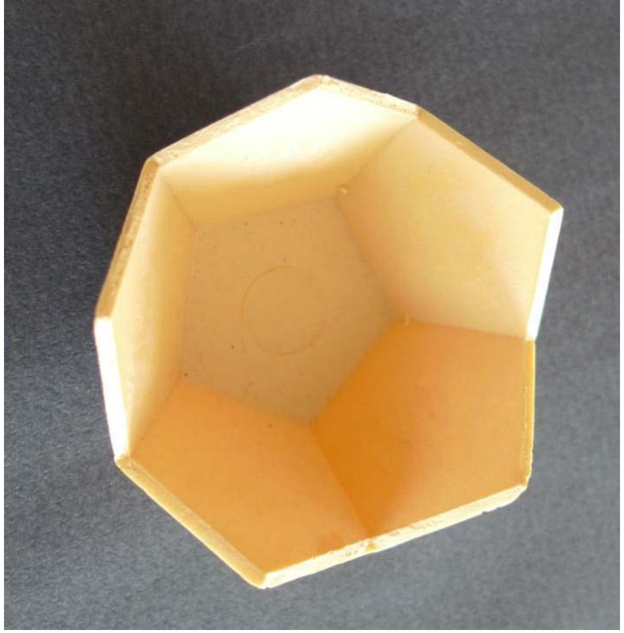
$$\alpha = 109^{\circ}\ 28'$$

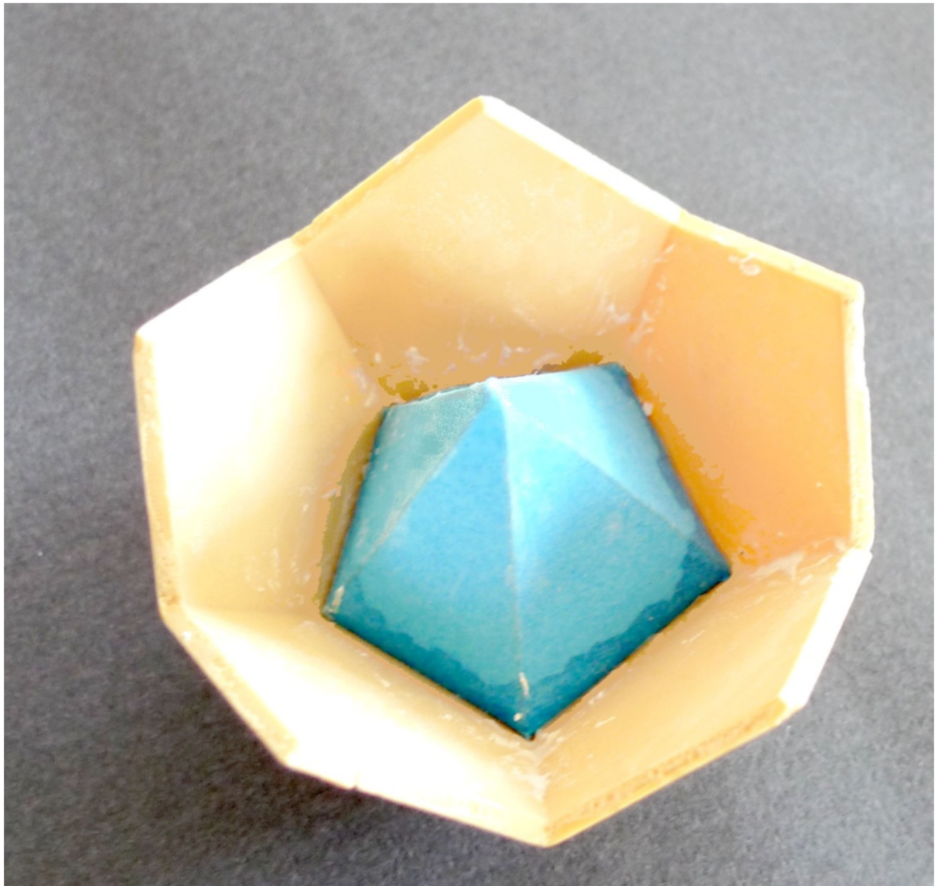


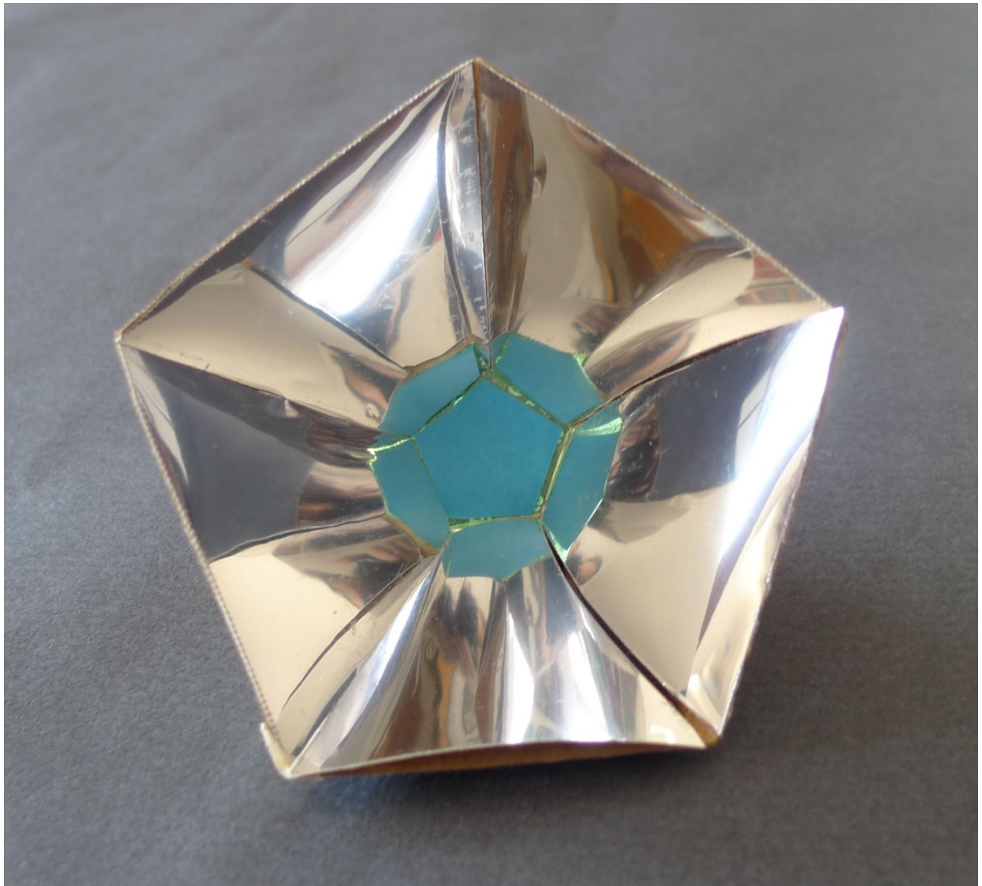
Litocubus geométricus

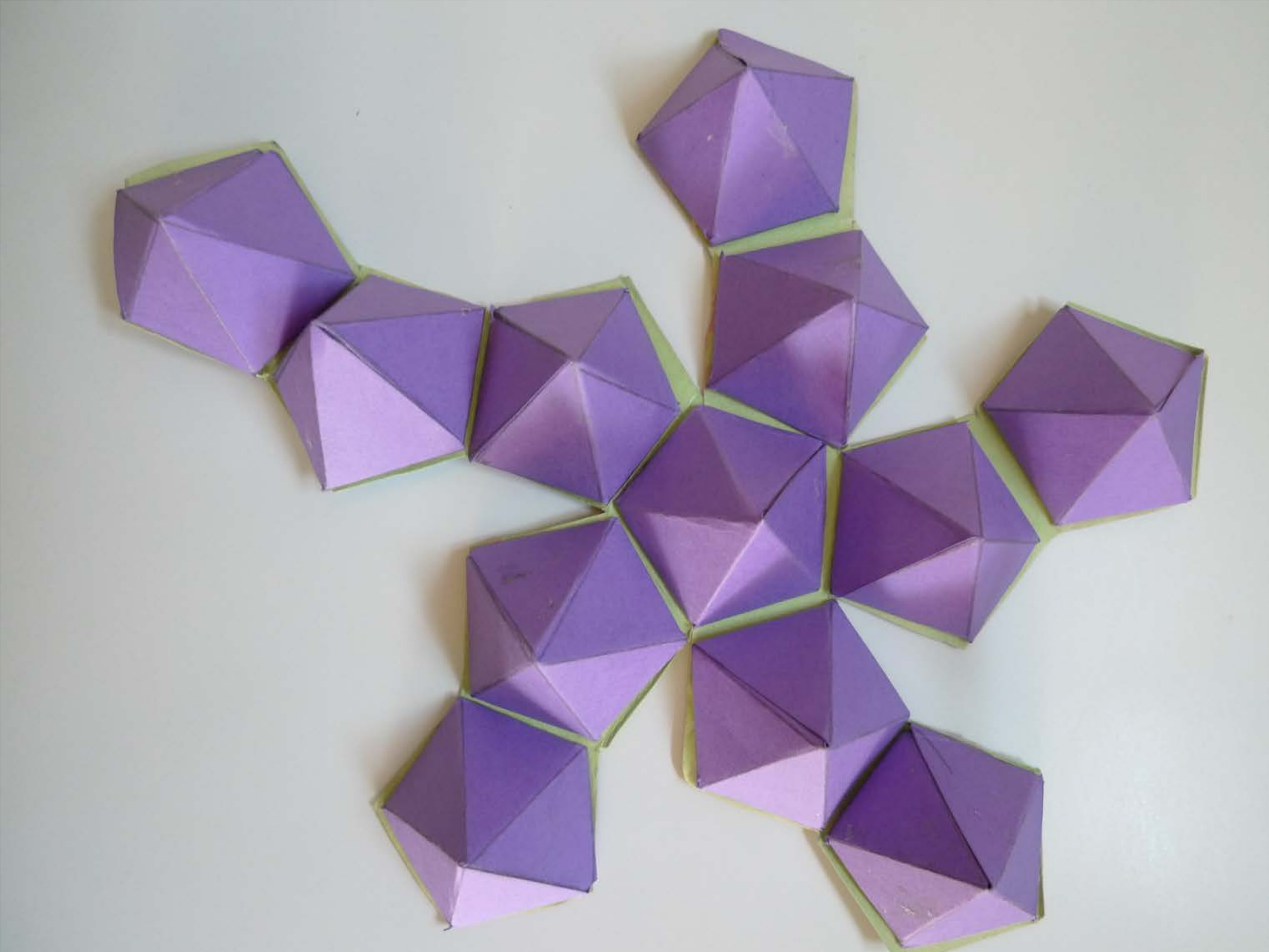


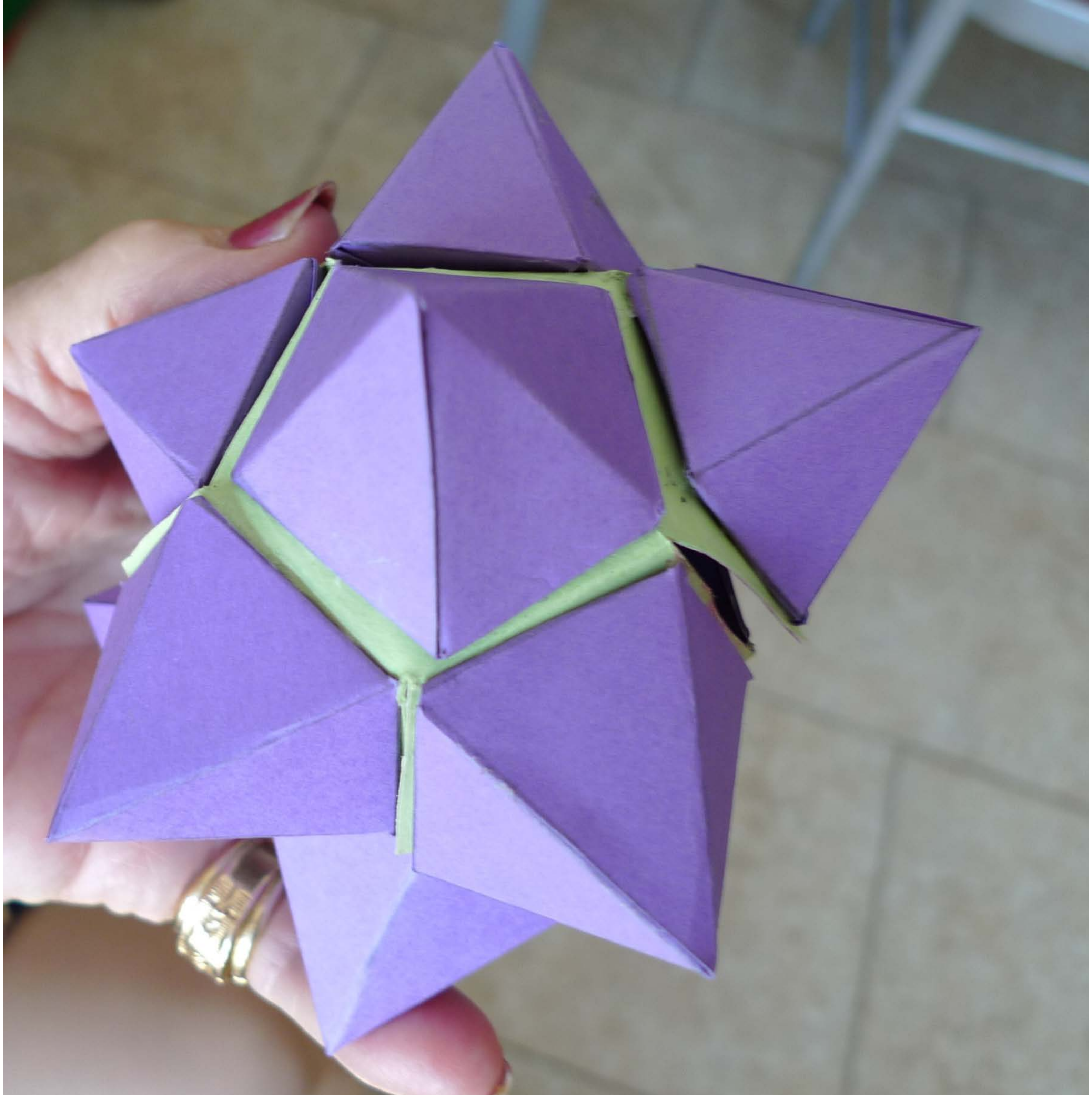


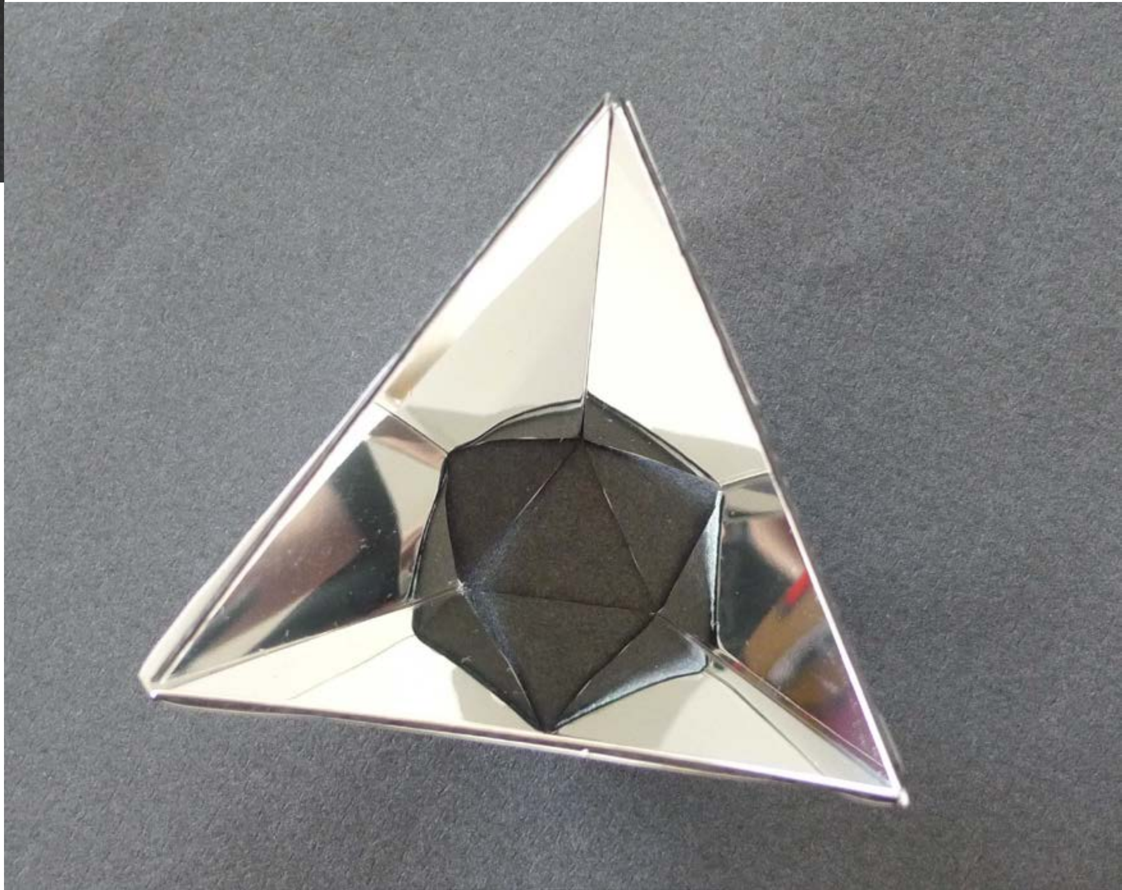




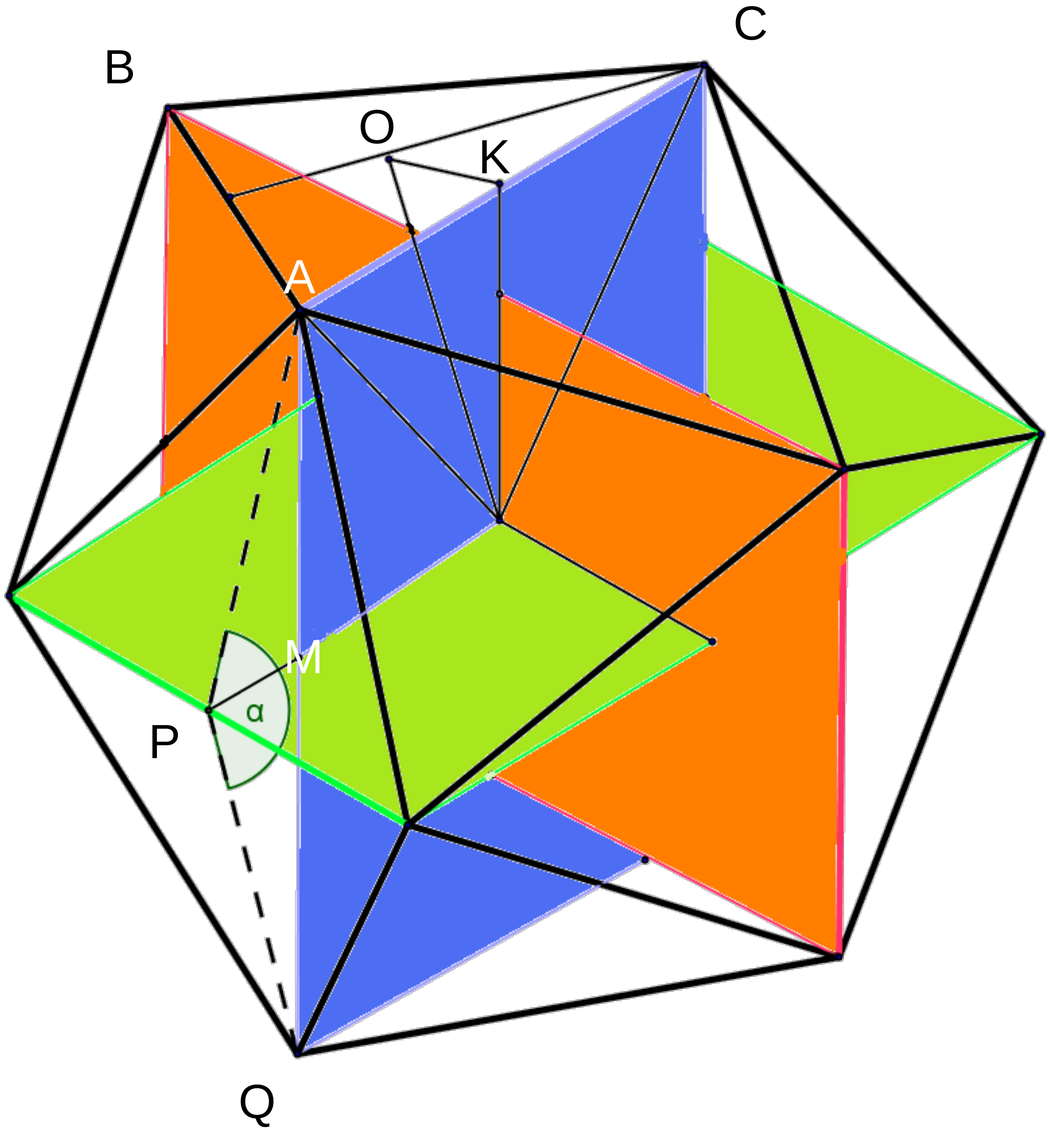









por internet y por
8600 0822
Tlf. de consulta ServiRed:
on line



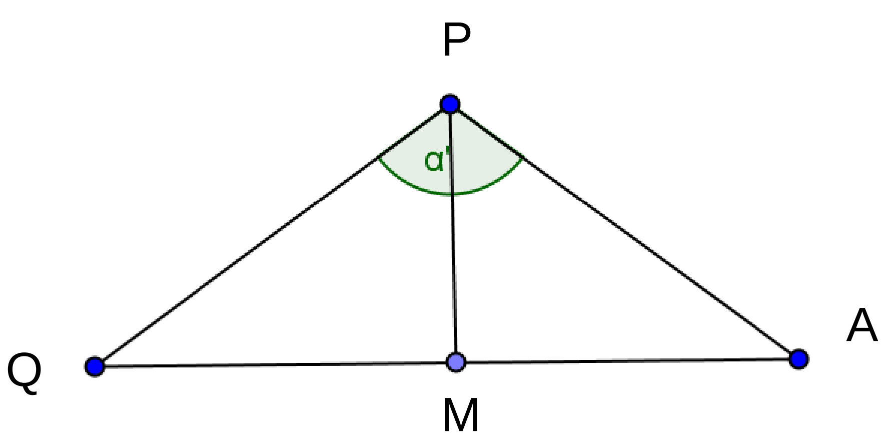
DIEDRO DEL ICOSAEDRO

$AQ=\Phi$

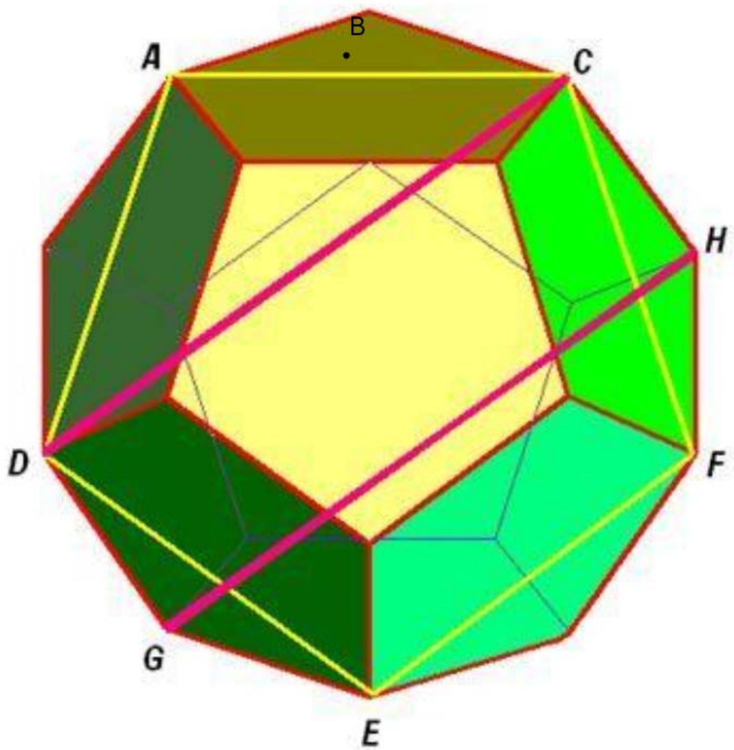
$AP=\frac{\sqrt{3}}{2}$

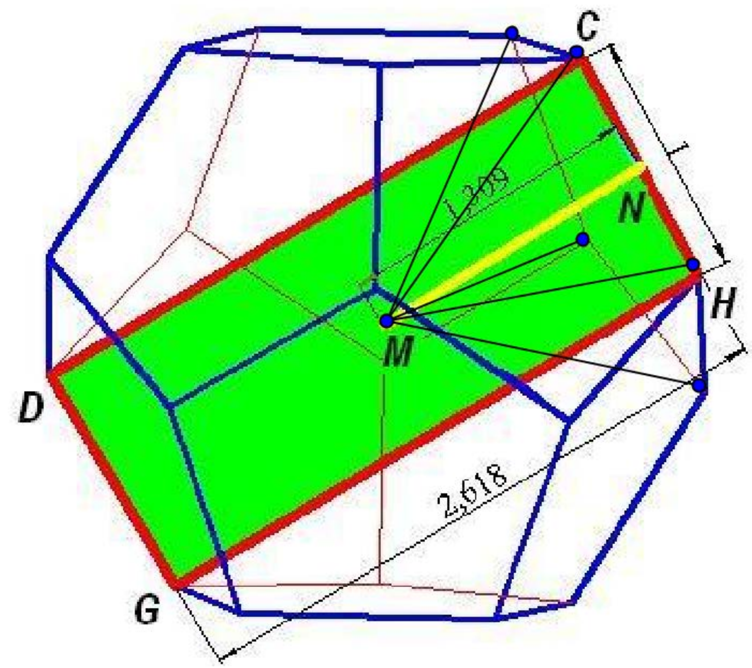
$sen(\frac{\alpha}{2})=\frac{\frac{\Phi}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

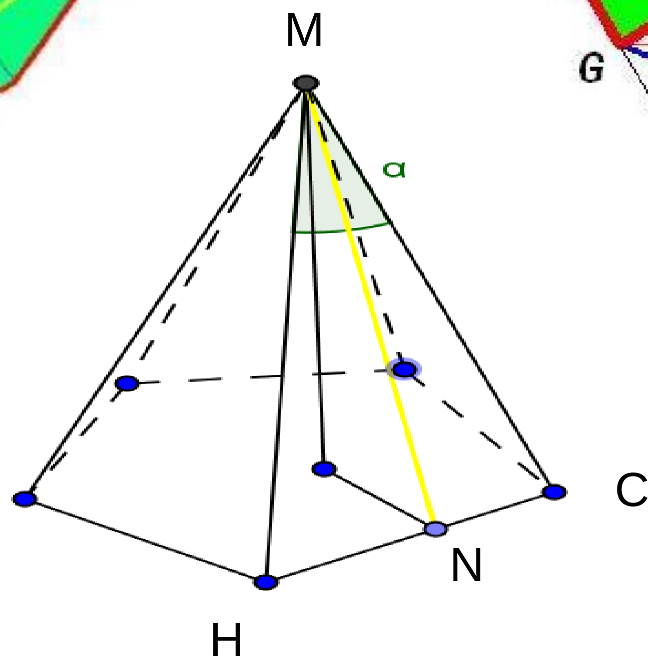
$\alpha=138^{\circ}\ 11'$



CARA DEL ESPEJO DODECAÉDRICO







$$\frac{\overline{DC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \Phi$$

$$\overline{DC} = \overline{AC}\Phi = \overline{AB}\Phi^2 = \Phi^2$$

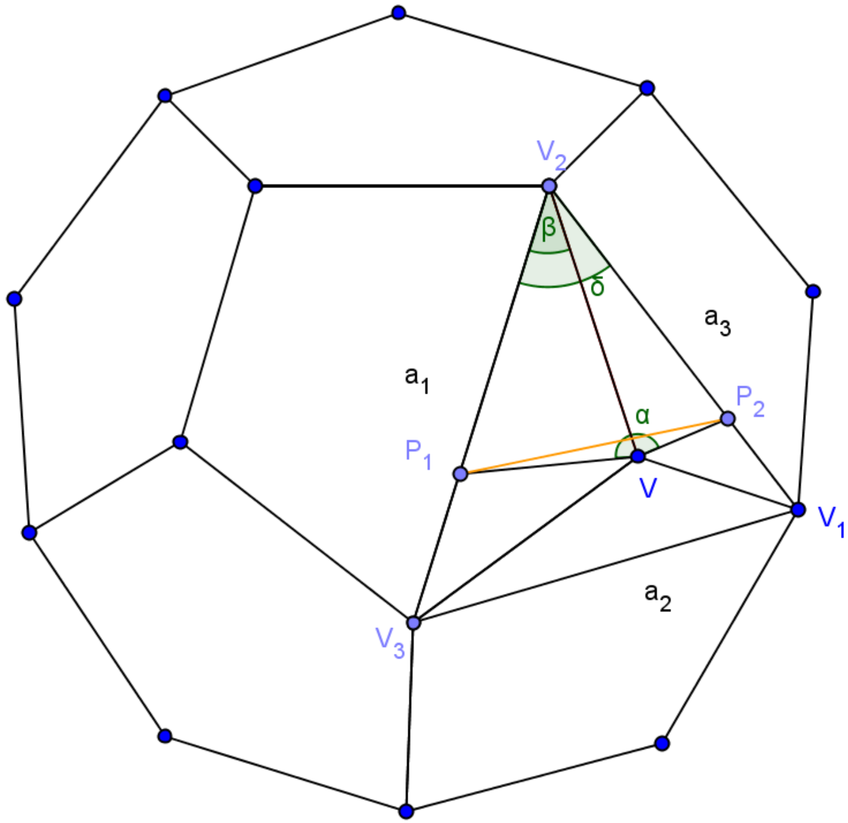
para $\overline{AB} = 1$

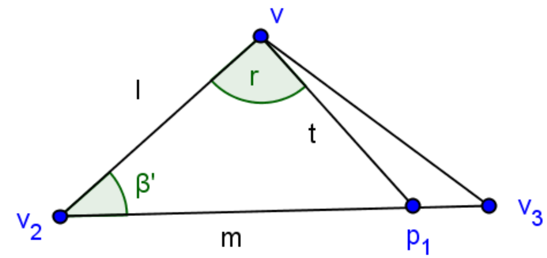
$$\text{tang}\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\phi^2}{2}}$$

α=41º 49'

VOLUMEN: 12* área pentágono*h

DIEDRO DEL DODECAEDRO



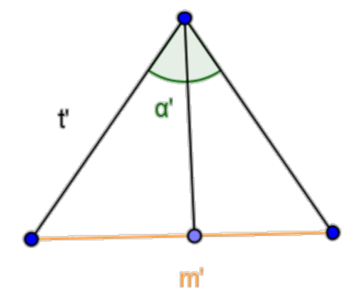


$$tang(\beta)=\frac{t}{1}=t=tang(36^o)=0,726542528$$

$$cos(\beta)=\frac{l}{m}=\frac{1}{m}$$

$$m=\frac{1}{cos(\beta)}=\frac{1}{cos(36)}=1,236067977$$

$$\overline{P_1P_2}=m=1,236067977$$



$$sen(\frac{\alpha}{2})=\frac{\frac{1,236067977}{2}}{0,726542528}=0,8506508084$$

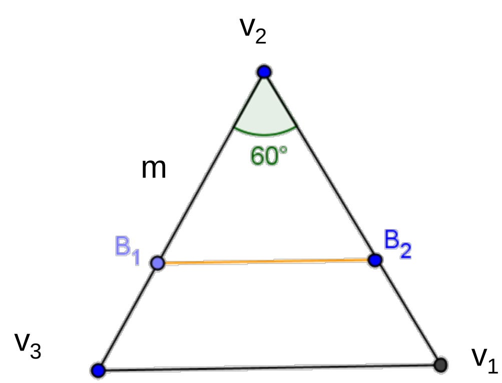
$\alpha=116^o\ 34'$

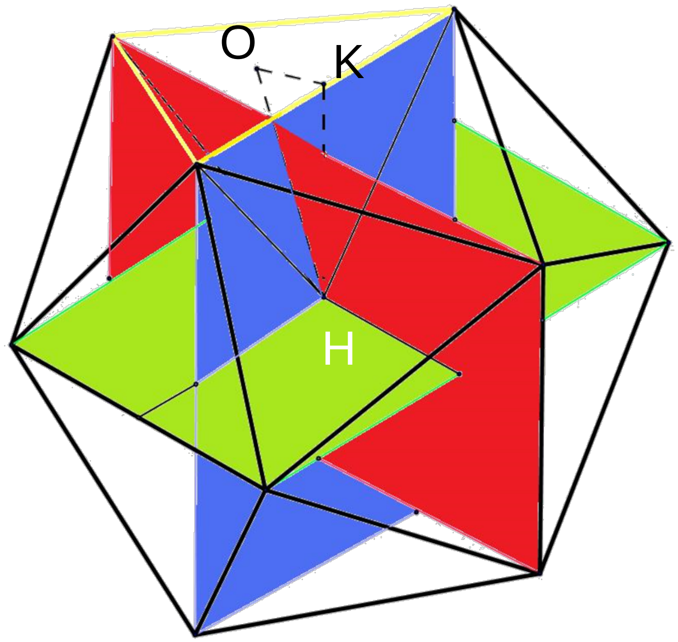
r=90º

β=36º

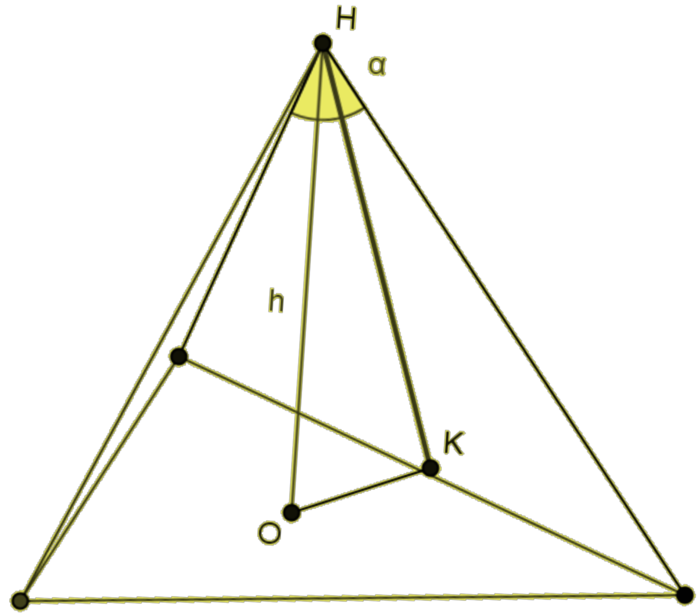
l = 1

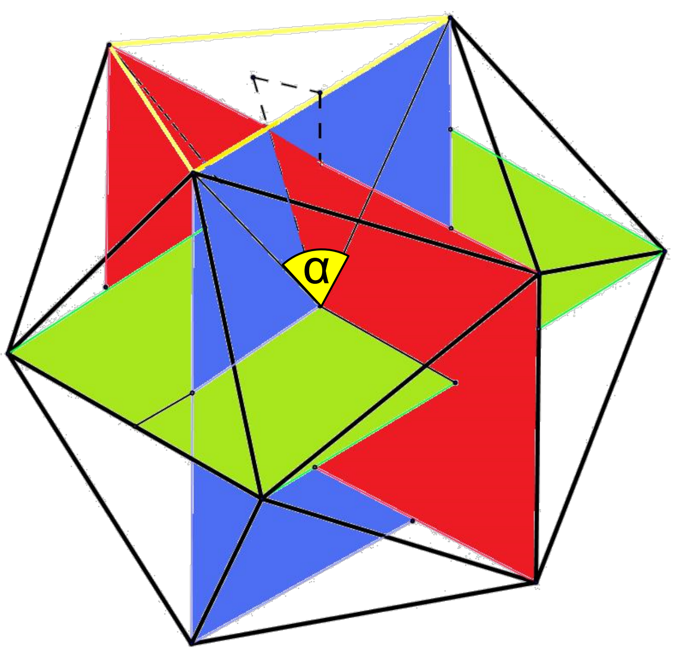
δ=60º





CARA DEL ESPEJO ICOSAÉDRICO

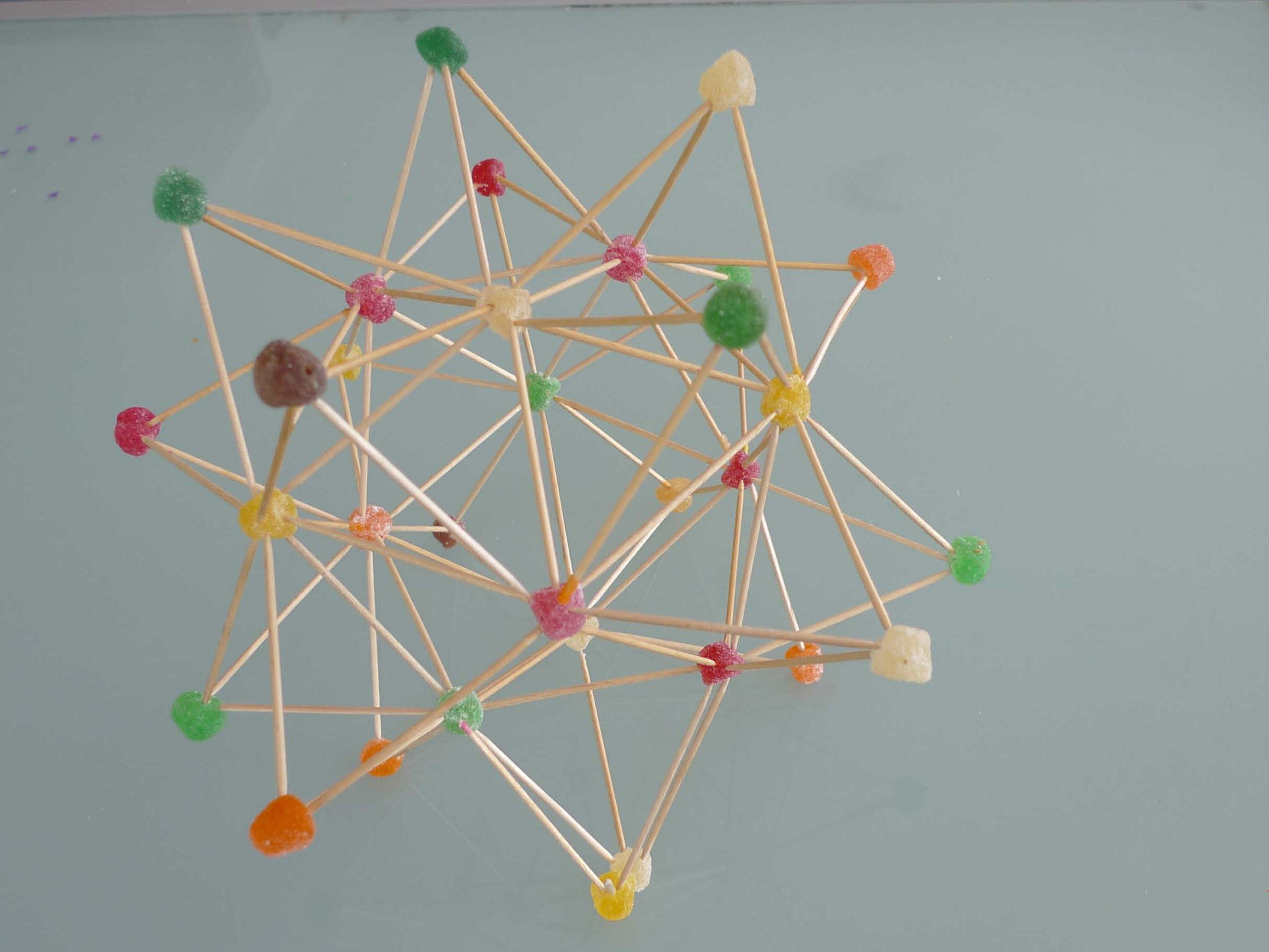


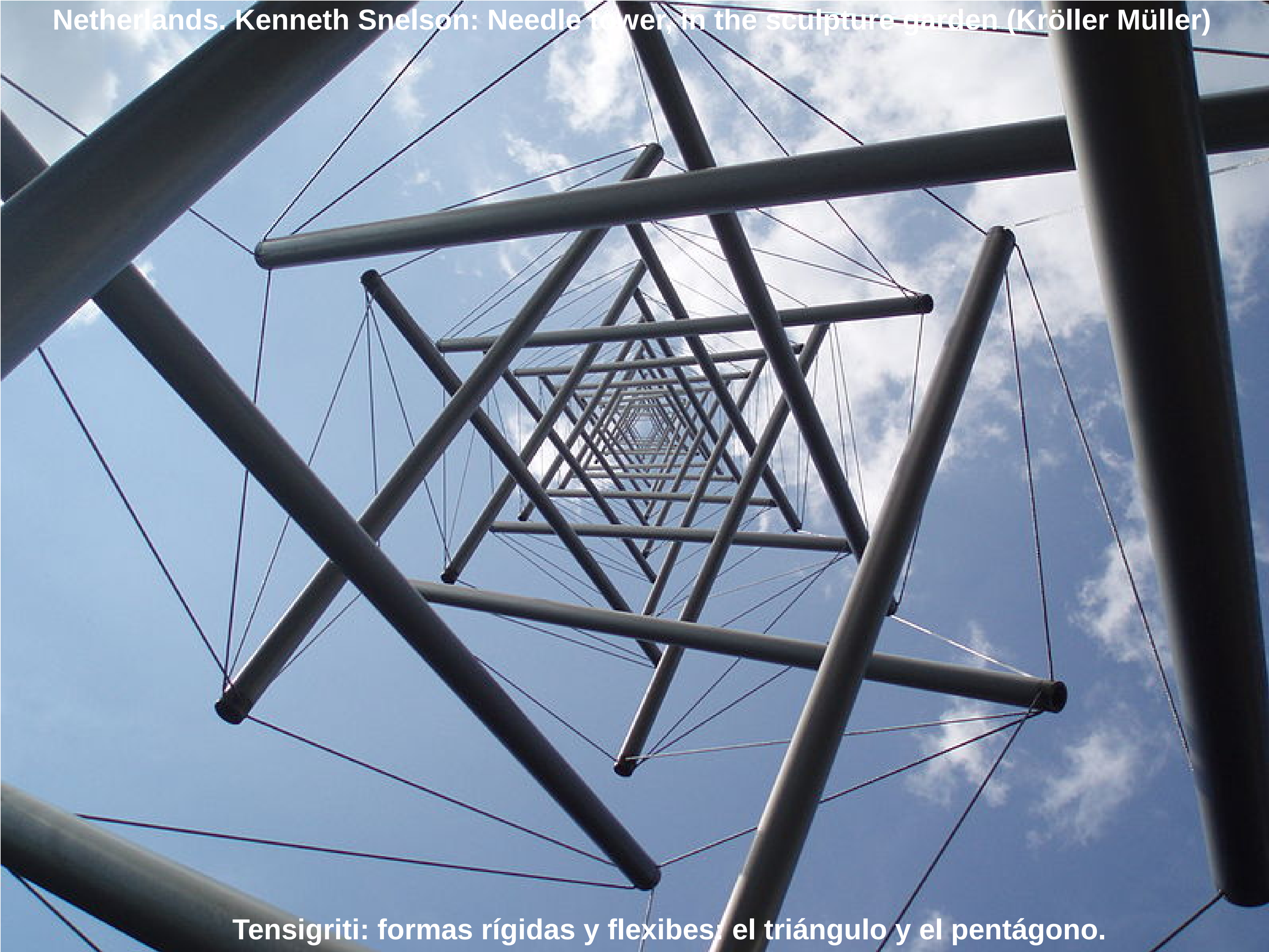


$$\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{\Phi}{2}}$$

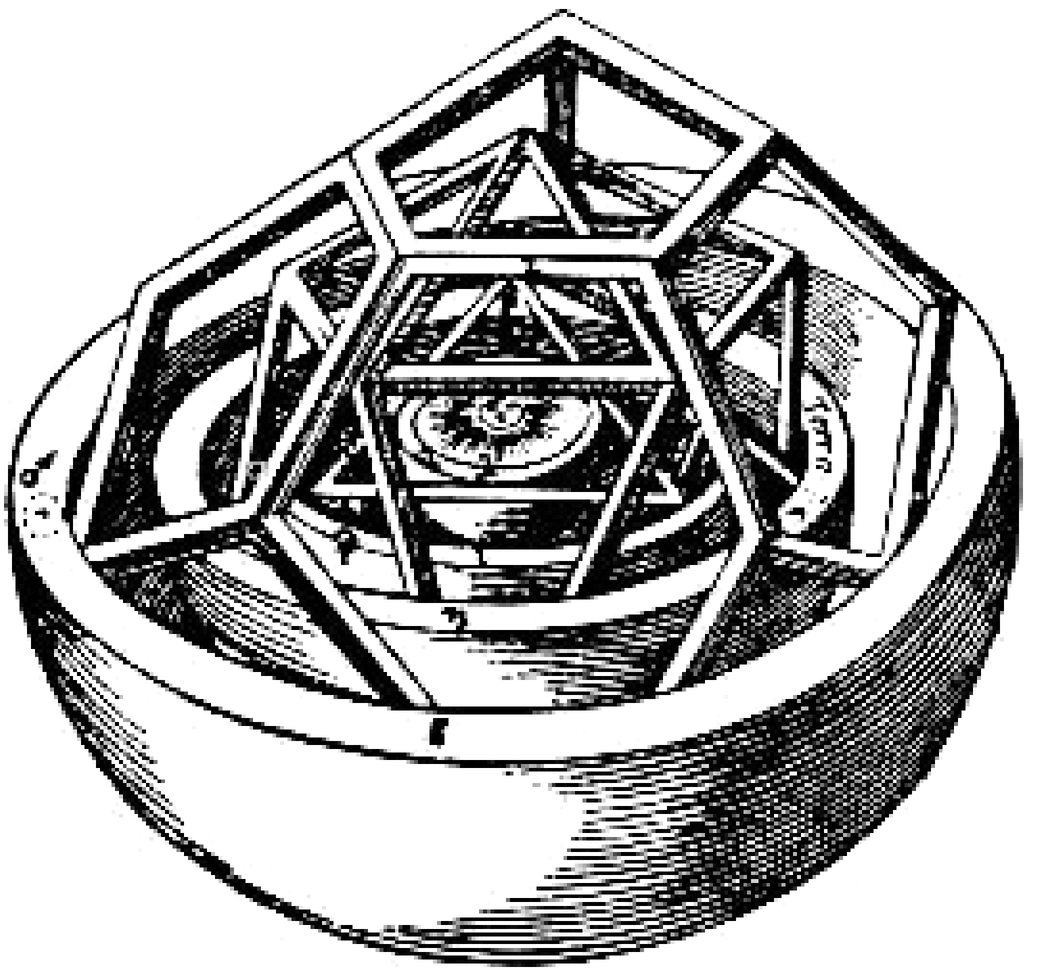
α=63º26'α

VOLUMEN: 20*(1/3)base pirámide* h




Netherlands. Kenneth Snelson: Needle tower, in the sculpture garden (Kröller Müller)
Tensigriti: formas rígidas y flexibes: el triángulo y el pentágono.

Keppler



En París

El historiador P. Tannery sugiere que todos los manuscritos que nos han llegado sobre los seis primeros libros de los trece de la Aritmética de Diofanto, deben su existencia al Comentario de Hipatia, del que se supone que sobrevivió un ejemplar. De ese comentario se realizaron y perdieron sucesivas copias en los siglos VIII, IX, XI y XIII. La que hoy se conserva, códice Parisinus 2379, es del siglo XVI

Hipatia en un famoso camino

De la escuela pitagórica ($x^2 + y^2 = z^2$) a Andrew Wiles (demostración del último teorema de Fermat) pasando por Hipatia (comentarista de la Aritmética de Diofanto, donde trabajó las ecuaciones pitagóricas y en cuya edición del siglo XVII anotó Fermat su famoso teorema: (para $n>2$ no existen tres números enteros positivos x, y, z que cumplan $x^n + y^n = z^n$, que sería la generalización del teorema de Pitágoras) y pasando también por Sophia Kovalevskaia que dio una solución parcial al teorema. Solución que, junto a otras soluciones de otras personalidades de la matemática mundial, acercaron a Wiles a la solución definitiva.

Ecuaciones diofánticas lineales

Adivinanza 1:

¿Cuántos sellos de 3 céntimos y de 5 céntimos son necesarios para timbrar una carta que necesita 11 céntimos?

Adivinanza 2:

¿Cuántas botellas de aceite de 5 litros y de 15 litros se necesitan para llenar un depósito de 100 litros?

Más adivinanzas:

¿y si las botellas y el depósito tuvieran las capacidades siguientes?

Primera botella	Segunda botella	Depósito
7	5	16
5	6	87
5	13	662
2	5	21
105	38	4
36	-5	6
63	-23	-7

¿Existe solución en todos los casos? Si existe, ¿cuántas soluciones crees que hay? Si no existe, ¿Hay algún caso en el que se pueda construir una adivinanza con solución?

Método 0
para obtener las soluciones enteras de $ax+by=c$

Es el método intuitivo que habéis utilizado en las adivinanzas anteriores, pero si los números son elevados o hay números negativos, la cosa se complica y requiere de métodos más potentes

Método 1

Ejemplo: 5x+6y=87

$$x = \frac{87-6y}{5} = 17 - y + \frac{2-y}{5} = 17 - y + t$$

Sustituímos $t = \dfrac{2-y}{5}$ Solución gral. $y = 2 - 5t$

$$x = 15 + 6t$$

t	x	y
-1	9	7
-2	3	12
-3	negativa	
1		negativa

Método 2

Una ecuación lineal diofántica de la forma $ax+by=c$ tiene solución entera si y sólo si el máximo común divisor de a y b es un divisor de c.
Además, si llamamos d al mcd (a,b) se tiene que una solución particular de la ecuación es:

$x_{0=}(c/d)\ \alpha$
$y_0=(c/d)\ \beta$

siendo $d = \alpha a+\beta b$ (identidad de Bezout)

y la solución general de dicha ecuación puede escribirse de la siguiente forma:

$x= x_0+(b/d)t$, es decir $x =(c/d)\ \alpha +(b/d)t$, es decir
$y= y_0-(a/d)t$, y también $y= (c/d)\ \beta -(a/d)t$

así pues, todo quedará resuelto si encontramos los valores α y β que aparecen en la identidad de Bezout.

En particular, si d=1:

$x =c\alpha +bt$
$y= c\ \beta - at$

Método para construir α y β

El teorema de Bézout dice que si d es el mcd (a,b), entonces d es el entero positivo más pequeño que puede expresarse de la forma $d = a\alpha + b\beta$, donde α y β son números enteros.
Una forma de construir α y β, se apoya en el algoritmo de Euclides para el cálculo del mcd (a,b):

mcd (a,b) = d, pues, según el algoritmo de Euclides:						
	p_1	p_2	…			p_n
$a = a_0 = b_{-1} = r_{-2}$	$b = a_1 = b_0 = r_{-1}$	r_1	r_2	$a_k = b_{k-1} = r_{k-2}$		$r_{n-1} = d$
r_1	r_2	r_3	…		$r_n = 0$	

Aplicando el TFDE, en el paso k del algoritmo obtenemos: $a_k = p_k\, b_k + r_k$ (1)
Si encontramos α_k y β_k tales que: $a_k\, \alpha_k + b_k\, \beta_k = r_k$ (2)
Sustituyendo (2) en (1) obtenemos: $\alpha_{k+1} = \alpha_{k-1} - p_{k+1}\, \alpha_k$ y $\beta_{k+1} = \beta_{k-1} - p_{k+1}\, \beta_k$ con
$\alpha_{-2} = 0$ $\beta_{-2} = 1$ $\alpha_{-1} = 1$ $\beta_{-1} = -p_0,$ cuando k-1 o k-2 tienen sentido.
Entonces $\alpha = \alpha_{n-1}$, $\beta = \beta_{n-1}$

$105x + 38y = 4$

k	-2	-1	0	1	2	3	4
P_k			2	**1**	**3**	**4**	**2**
		105	38	29	9	2	1
		29	9	2	1	0	
α_k		**0**	**1**	**-1**	**4**	**-17**	**38**
β_k		**1**	**-2**	**3**	**-11**	**47**	**-105**

La solución es:

$x=-4.17-38t=-68-38t$

$y=4.47+105t=188+105t$

$$7x + 5y = 16$$

$x=3-5t$

$y=-1+7t$

carece de soluciones positivas.

$$5x + 13y = 662$$

x=122-13t

y=4+5t

hay un número finito de soluciones positivas:

122	109	96	83	70	57	44	31	18	5
4	9	14	19	24	29	34	39	44	49

$36x – 5y = 6$

A ojo es fácil ver que una solución particular de $36x-5y=1$ es $x=1$, $y=7$. Por tanto, de la ecuación inicial $x=6$, $y=42$. Así que:

$x=6+5t$

$y=42+36t$

De dónde se desprende que existen infinitas soluciones positivas.

El acertijo de Mahavira

(astrónomo hindú del siglo IX)

Un grupo de 23 viajeros llega a un campamento y encuentra 63 montones de sacos, todos con el mismo número de sacos, y un montón adicional con 7 sacos.

Si sabemos que los viajeros no podían cargar con más de 50 sacos y pudieron repartírselos por igual y sin abrirlos, ¿cuántos sacos había en cada uno de los montones?

En Florencia

Biblioteca Medici: “Comentarios al libro III del Almagesto”

Astrolabio

Vicente Cantavella, Cristóbal Bellés, José Claramonte y Vicente M. Wueral

COU 1984 IB ALMASSORA

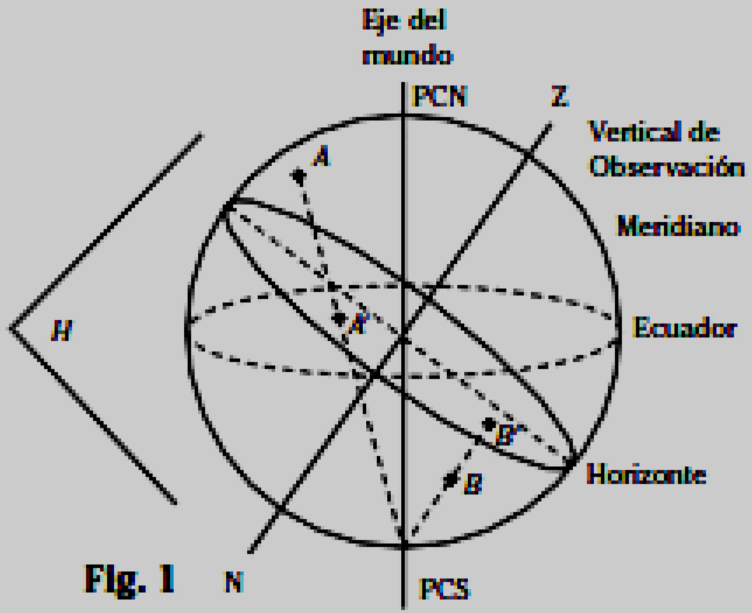


Fig. 1

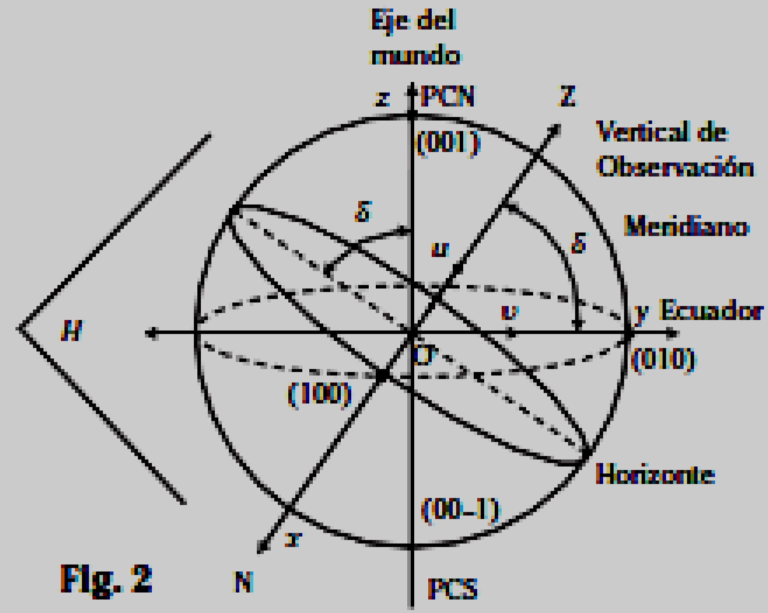


Fig. 2

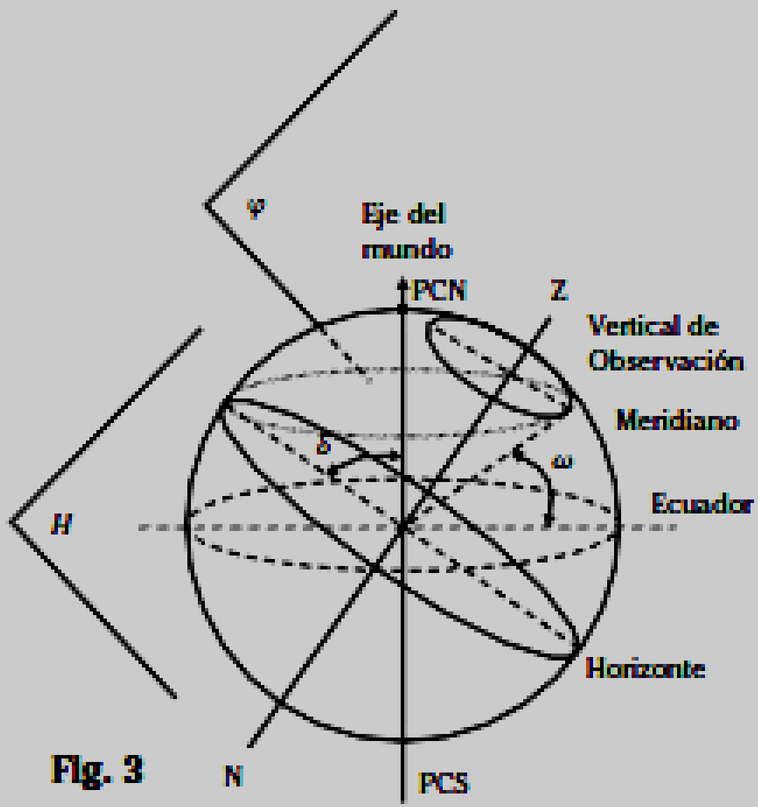


Fig. 3

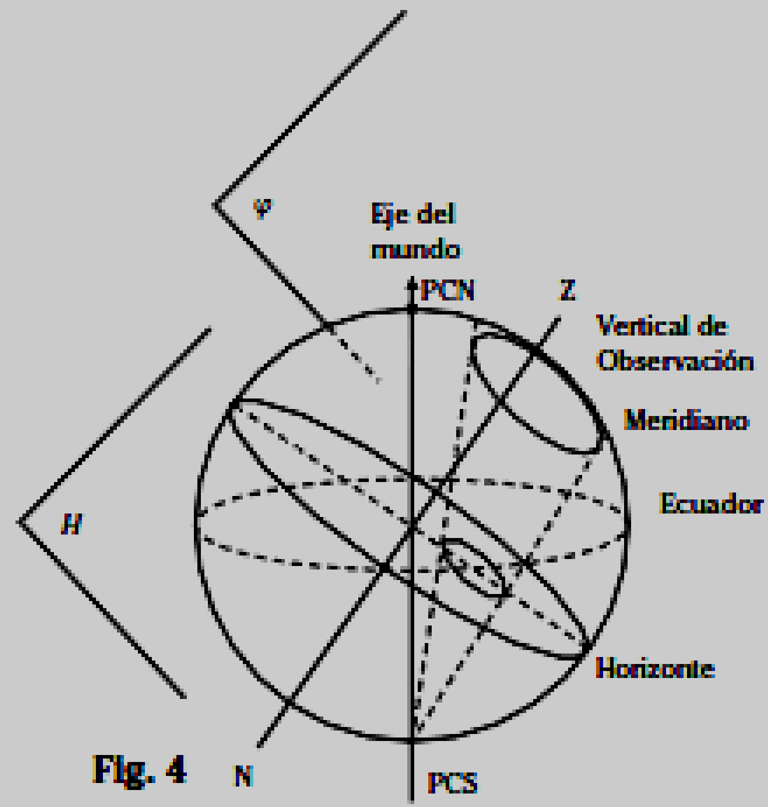


Fig. 4

1° HAZ DE PLANOS DEL HORIZONTE (H) DE LATITUD δ (Fig. 2)

Vector característico de $H = (0, u_y, u_z)$

$$\tan(\delta) = \frac{u_z}{u_y}.\ \text{Considerando } u_z = 1\ u_y = \frac{1}{\tan(\delta)} = \cot(\delta)$$

La familia de planos H tendrá por ecuación $\cot(\delta) + z = 0$

2° PLANOS φ PARALELOS A H EN FUNCIÓN DEL ángulo ω (Fig. 3)

$$H \rightarrow \cot(\delta)y + z + \mu = 0; \quad d(H, \varphi) = \operatorname{sen}(\omega)$$

$$\text{punto de } H = (0,0,0),\ \operatorname{sen}(\omega) = \frac{0 \cdot \cot(\delta) + 0.1 + \mu}{\sqrt{\cot^2(\delta) + 1}} = \mu \operatorname{sen}(\delta)$$

3° INTERSECCIÓN DEL PLANO φ CON LA ESFERA E (Fig. 4)

$$\left.\begin{aligned} E &\rightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 1 = 0 \\ H &\rightarrow \cot(\delta)y + z + \frac{\operatorname{sen}(\omega)}{\operatorname{sen}(\delta)} = 0 \end{aligned}\right\} \quad \text{La solución es una}$$

Circunferencia C que con el cambio de notación:

$$a = \cot(\delta);\ b = \frac{\operatorname{sen}(\omega)}{\operatorname{sen}(\delta)}$$

tiene de ecuación $C \rightarrow x^2 + y^2 + (-b - ay)^2 + 1 = 0$

4° OBTENCIÓN DE LAS PROYECCIONES desde $(0,0,-1)$

Para $y = \lambda$, un punto general de esta circunferencia es de la forma

$$\left(\left(\sqrt{-(1+a^2)\lambda^2 - 2ba\lambda + (1-b^2)}\right), \lambda, (-b - a\lambda)\right)$$

y forma con el punto $(0,0,-1)$ las rectas:

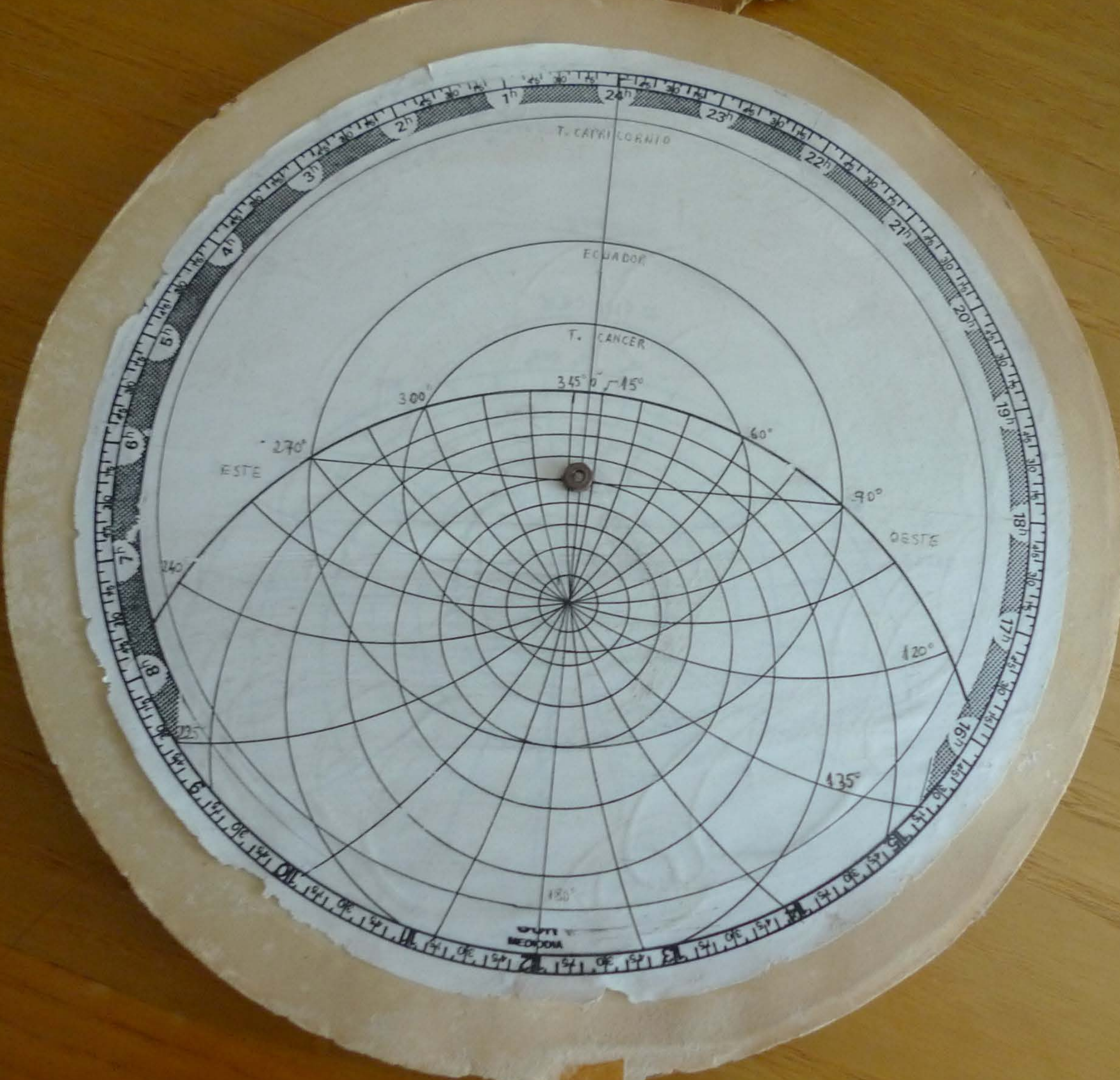
$$\frac{x - 0}{\sqrt{-(1+a^2)\lambda^2 - 2ba\lambda + (1-b^2)}} = \frac{y - 0}{\lambda} = \frac{z + 1}{-b - a\lambda + 1}$$

La intersección de esta familia de rectas que pasa por C con la esfera E da lugar a la circunferencia:

$$x^2 + y^2 - \frac{-2ba + 2(1+b)a}{1-b}y + \frac{1+b}{1-b} = 0$$

cuyo centro es $\left(0, \dfrac{\cos(\delta)}{\operatorname{sen}(\delta) + \operatorname{sen}(\omega)}\right)$ y su radio: $\dfrac{\cos(\omega)}{\operatorname{sen}(\delta) + \operatorname{sen}(\omega)}$

5° Análogamente se obtienen el resto de proyecciones que configuran el cuerpo celeste final de un planisferio.


T. CAPRICORNIO
ECUADOR
T. CANCER
ESTE
OESTE
345° 0° 15°
300°
270°
60°
90°
240°
120°
225°
135°
180°
24h
1h
2h
3h
4h
5h
6h
7h
8h
9
10
11
12
13
14
15
16h
17h
18h
19h
20h
21h
22h
23h
MEDIODIA


PLANISFERIO CELESTE
BUSCADOR DE ESTRELLAS
NORTE
ESTE
OESTE
ACUARIO
CAPRICORNIO
SAGITARIO
ESCORPION
LIBRA
VIRGO
LEO
CANCER
GEMINIS
TAURO
ARIES
PISCIS
ENERO
FEBRERO
MARZO
ABRIL
MAYO
JUNIO
AGOSTO
OCTUBRE
NOVIEMBRE
DICIEMBRE
www.todocoleccion.net

En la Luna